



**URIC BONATTI CARDOSO**

**ANÁLISE DO AJUSTAMENTO DE POLIGONAIS TOPOGRÁFICAS REALIZADO  
POR *SOFTWARES* COMERCIAIS**

**INCONFIDENTES-MG**

**2017**

**URIC BONATTI CARDOSO**

**ANÁLISE DO AJUSTAMENTO DE POLIGONAIS TOPOGRÁFICAS  
REALIZADO POR *SOFTWARES* COMERCIAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como pré-requisito de conclusão do curso de Graduação em Engenharia de Agrimensura e Cartográfica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Campus Inconfidentes, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Agrimensura e Cartográfica.

Orientador(a): Prof. M.e Paulo Augusto Ferreira Borges

**INCONFIDENTES-MG**

**2017**

**URIC BONATTI CARDOSO**

**ANÁLISE DO AJUSTAMENTO DE POLIGONAIS TOPOGRÁFICAS  
REALIZADO POR *SOFTWARES* COMERCIAIS**

**Data de aprovação: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2017**

---

**Prof. M.e Paulo Augusto Ferreira Borges**  
IFSULDEMINAS - *Campus* Inconfidentes  
Orientador

---

**Prof. M<sup>a</sup>. Hérica dos Reis Silva**  
IFSULDEMINAS - *Campus* Inconfidentes

---

**Prof. Esp. Carlos Reis**  
IFSULDEMINAS - *Campus* Inconfidentes

*Ao meu pai, Júlio, que sempre foi um exemplo  
de como superar as adversidades. E que sempre  
foi o meu maior apoiador ao longo dessa jornada.  
E apesar de sempre parecer rígido e mal-humorado  
tem um coração imenso!*

## **Agradecimentos**

A agradeço incomensuravelmente a Deus, Aquele que é conhecedor e criador de tudo que existiu, existe e há de existir. A Divina Essência que faz Suas bênçãos manarem constantemente sobre a humanidade permitindo que os puros de intenção sejam capazes de perceberem e assim serem guiados e capacitados a trazer prosperidade ao universo. Aproveitando também agradeço a Baha'u'llah, último dos mensageiros do Todo-Glorioso, e que trouxe como um princípio o equilíbrio entre a Ciência e a Religião.

É preciso agradecer minha família, especialmente meus pais e minha irmã, que me perturbaram, me cobraram e me apoiaram ao longo dessa jornada. Eles que sofreram comigo, choraram comigo, e me ajudaram muito a compreender muitas coisas sem permitir que a capacidade criativa se perdesse.

Agradeço também a três grandes amigos em especial, que foram como pilares de excelência e profissionalismo ao longo do curso permitindo assim a realização de trabalhos de excelente qualidade, são estes Augusto Barros Ricardo, Debora Paula Simões e Lucas Maciel Belo.

Agradeço aos professores que participaram dessa etapa da minha vida acadêmica pelo incentivo, confiança, apoio e pelo grandioso conhecimento transmitido.

Agradeço ao meu orientador Paulo Augusto Ferreira Borges, pela colaboração e idealização desse trabalho, pelo exemplo de profissionalismo e humildade. Agradeço também aos professores Carlos Reis e Hérica dos Reis Silva por aceitarem o convite de fazerem parte da banca examinadora.

Agradeço ao IFSULDEMINAS por me permitir superar meus limites ao longo da graduação, e que apesar das normas enroladas, permitir a inovação no ambiente acadêmico e apoiar inúmeras ideias e projetos que não de trazer melhorias para a sociedade e para o meio científico.

Somando-se a tudo isso é necessário agradecer aos meus admiráveis colegas, que compartilhamos apoio, ideias, conversas e experiências ao longo da graduação em engenharia.

*“Procure ser um homem de valor, em vez de um homem de sucesso.”*  
Albert Einstein .

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>IX</b>
<b>LISTA DE TABELAS / QUADROS.....</b>	<b>X</b>
<b>RESUMO .....</b>	<b>XIII</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>XIV</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVOS .....</b>	<b>4</b>
<b>3. REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>5</b>
3.1. EQUAÇÕES DE TRANSPORTE DE COORDENADAS NA TOPOGRAFIA.....	5
3.1.1. Equações Planimétricas.....	5
3.1.2. Equações de Altimetria .....	6
3.1.3. Equações Planialtimétricas .....	6
3.2. PROPAGAÇÃO DE COVARIÂNCIAS .....	7
3.2.1. Variável Aleatória.....	7
3.2.2. Matriz Variância-Covariância (MVC).....	8
3.2.3. Lei da Propagação de Covariâncias.....	8
3.3. AJUSTAMENTO .....	9
3.3.1. Método de Ajustamento pelos Mínimos Quadrados (MMQ).....	10
3.3.2. Método Paramétrico .....	11
3.3.3. Método dos Correlatos.....	16
3.3.4. Iteração .....	21
3.3.5. Testes de Qualidade do Ajustamento .....	24
3.4. ADAPTAÇÃO DOS MÉTODOS DE AJUSTAMENTO PARA O PLANO TOPOGRÁFICO .....	29
3.4.1. Adaptação do Método Paramétrico.....	29
3.4.2. Adaptação do Método dos Correlatos .....	34
<b>4. MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>37</b>
4.1. PLATAFORMA PARA O DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE.....	37
4.2. SOFTWARES COMERCIAIS .....	37

4.3.	POLIGONAL TEÓRICA BASE PARA O DESENVOLVIMENTO.....	39
4.4.	DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE .....	40
4.5.	POLIGONAL PARA TESTES NOS SOFTWARES.....	45
4.6.	PROCESSAMENTO DOS DADOS NOS SOFTWARES COMERCIAIS E NO SOFTWARE DESENVOLVIDO.....	50
<b>5.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>51</b>
5.1.	VALIDAÇÃO DA ROTINA DESENVOLVIDA NO MATLAB (IF_ADJUST).....	51
5.1.1.	<i>Versão Alfa: Método dos Correlatos .....</i>	<i>51</i>
5.2.	RESULTADOS OBTIDOS NOS DIVERSOS SOFTWARES .....	56
5.2.1.	<i>IF_Adjust: Rotina do MATLAB.....</i>	<i>56</i>
5.2.2.	<i>DataGeosis Office .....</i>	<i>62</i>
5.2.3.	<i>Topograph 98 SE: .....</i>	<i>64</i>
5.2.4.	<i>TopoEVN 6.0.....</i>	<i>68</i>
5.3.	ANÁLISE E COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS DIVERSOS SOFTWARES COM O IF_ADJUST .....	71
5.3.1.	<i>Tratamento das Observações.....</i>	<i>71</i>
5.3.2.	<i>Observações Ajustadas .....</i>	<i>76</i>
5.3.3.	<i>Erro de Fechamento.....</i>	<i>84</i>
5.3.4.	<i>Coordenadas .....</i>	<i>84</i>
5.3.5.	<i>Desvios-Padrão das Coordenadas.....</i>	<i>87</i>
<b>6.</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>90</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>92</b>



## Lista de Figuras

Figura 1 - Poligonal Topográfica Fechada com Dados Observados .....	39
Figura 2: Fluxograma da Rotina Implementada no MATLAB .....	41
Figura 3: Tela Inicial do software desenvolvido no MATLAB (IF_Adjust) .....	42
Figura 4: Tela de Importação dos Dados no IF_Adjust.....	43
Figura 5: Opções de Ajustamento no IF_Adjust .....	43
Figura 6: Testes Estatísticos do Ajustamento do IF_Adjust .....	44
Figura 7: Visualização das Matrizes e Vetores do Ajustamento no IF_Adjust.....	44
Figura 8: Croqui da Poligonal de Teste .....	46
Figura 9: Gráfico Comparativo de Discrepância no Tratamento das Distancias Horizontais ..	75
Figura 10: Gráfico Comparativo de Discrepância no Tratamento da Diferença de Nível .....	75
Figura 11: Gráfico Comparativo de Discrepância da Distancia Horizontal Ajustada.....	83
Figura 12: Gráfico Comparativo de Discrepância da Diferença de Nível Ajustada .....	83
Figura 13: Gráfico Comparativo da Discrepância em X .....	86
Figura 14: Gráfico Comparativo da Discrepância em Y .....	87
Figura 15: Gráfico Comparativo da Discrepância em h.....	87

## Lista de Tabelas / Quadros

Tabela 1: Dados Observados e Calculados Provisoriamente .....	40
Tabela 2: Pontos de Apoio da Poligonal .....	46
Tabela 3: Dados Não Tratados da Poligonal Levantada com a TS06 .....	46
Tabela 4: Dados Tratados da Poligonal Levantada com a TS06 .....	49
Tabela 5: Coordenadas Ajustadas pela Rotina do MATLAB .....	57
Tabela 6: Valores pras Observações Angulares pelo IF_Adjust .....	58
Tabela 7: Valores pras Observações de Distância pelo IF_Adjust.....	58
Tabela 8: Observações Tratadas pelo DataGeosis Office .....	63
Tabela 9: Coordenadas Ajustadas pelo DataGeosis Office .....	63
Tabela 10: Observações Ajustadas pelo DataGeosis Office .....	63
Tabela 11: Dados Tratados para o Ajustamento Paramétrico no Topograph 98 SE .....	66
Tabela 12: Coordenadas e Precisoões no Paramétrico pelo Topograph 98 SE.....	66
Tabela 13: Coordenadas no Correlato pelo Topograph 98 SE .....	66
Tabela 14: Observações Ajustadas pelo Método Paramétrico no Topograph 98 SE .....	67
Tabela 15: Observações Ajustadas pelo Método Correlato no Topograph 98 SE .....	67
Tabela 16: Dados Tratados pelo TopoEVN 6.0 .....	69
Tabela 17: Coordenadas obtidas pelo TopoEVN 6.0 .....	69
Tabela 18: Observações Ajustadas pelo TopoEVN 6.0 .....	69
Tabela 19: Comparação dos Ângulos Horizontais médios observados do DataGeosis Office com o IF_Adjust .....	71
Tabela 20: Comparação das Distâncias Horizontais médias observadas do DataGeosis Office com o IF_Adjust .....	72
Tabela 21: Comparação das Diferenças de Nível médias observadas do DataGeosis Office com o IF_Adjust .....	72
Tabela 22: Comparação dos Ângulos Horizontais médios observados entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF_Adjust .....	73
Tabela 23: Comparação das Distâncias Horizontais médias observadas entre o Topograph 98 (M. Paramétrico) e o IF_Adjust.....	73
Tabela 24: Comparação das Diferenças de Nível médias observadas entre o Topograph 98 (M. Paramétrico) e o IF_Adjust .....	74

Tabela 25: Comparação das Distâncias Horizontais Tratadas entre o TopoEVN 6.0 e o IF_Adjust.....	74
Tabela 26: Comparação dos Azimutes Ajustados entre o DataGeosis Office e o IF_Adjust ..	76
Tabela 27: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o DataGeosis Office e o IF_Adjust.....	76
Tabela 28: Comparação das Diferenças de Nivel Ajustadas entre o DataGeosis Office e o IF_Adjust.....	77
Tabela 29: Comparação dos Ângulos Horizontais Ajustados entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF_Adjust .....	78
Tabela 30: Comparação dos Ângulos Horizontais Ajustados entre o Topograph 98 SE (M. Correlato) e o IF_Adjust.....	78
Tabela 31: Comparação dos Ângulos Horizontais Ajustados entre os Métodos do Topograph 98 SE .....	79
Tabela 32: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF_Adjust .....	79
Tabela 33: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Correlato) e o IF_Adjust.....	80
Tabela 34: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre os Métodos do Topograph 98 SE .....	80
Tabela 35: Comparação das Diferenças de Nivel Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF_Adjust .....	81
Tabela 36: Comparação das Diferenças de Nivel Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Correlato) e o IF_Adjust.....	81
Tabela 37: Comparação das Diferenças de Nivel Ajustadas entre os Métodos do Topograph 98 SE .....	81
Tabela 38: Comparação dos Azimutes Ajustados entre o TopoEVN 6.0 e o IF_Adjust .....	82
Tabela 39: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o TopoEVN 6.0 e o IF_Adjust.....	82
Tabela 40: Erros de Fechamento antes do Ajustamento.....	84
Tabela 41: Coordenadas Obtidas no Ajustamento dos Softwares.....	85
Tabela 42: Diferença das coordenadas obtidas no DataGeosis Office e no IF_Adjust.....	85
Tabela 43: Diferença das Coordenadas obtidas no TopoEVN 6.0 e no IF_Adjust.....	85

Tabela 44: Diferença das Coordenadas obtidas no Topograph 98 SE (M. Correlato) e no IF_Adjust.....	86
Tabela 45: Diferença das Coordenadas obtidas no Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e no IF_Adjust.....	86
Tabela 46: Desvios-Padrão do IF_Adjust e do DataGeosis Office .....	88
Tabela 47: Diferença ente os Desvios-Padrão do IF_Adjust e do DataGeosis Office .....	88
Tabela 48: Desvios-Padrão do IF_Adjust e do Topograph 98 SE (M. Paramétrico) .....	88
Tabela 49: Diferença dos Desvios-Padrão do IF_Adjust e do Topograph 98 SE (M. Paramétrico).....	89

## Resumo

A confiabilidade dos cálculos realizados nos softwares topográficos é de imprescindível importância, assim o desenvolvimento de um meio para testar a qualidade do ajustamento desses softwares passa a ser essencial.

Os levantamentos atuais apresentam diversas observações redundantes as quais são aplicadas ao processo de ajustamento, o qual, em teoria, apresenta a melhor estimativa.

Para possibilitar essa averiguação escolheu-se a linguagem MATLAB para desenvolver um *software* capaz de processar os dados reais nos cálculos de ajustamento pelos métodos paramétrico e correlato e avaliar os resultados estatisticamente. Comparou-se os resultados obtidos pela rotina do software desenvolvido com os obtidos dos ajustamentos nos softwares comerciais DataGeosis Office, Topograph 98 SE e TopoEVN 6.0. Os resultados gerados por todos os softwares incluem erros de fechamento da poligonal, azimutes, distâncias, coordenadas topográficas e matrizes. A comparação de resultados inclui tratamento dos dados brutos, observações ajustadas, coordenadas e desvios-padrão. Entre os softwares analisados apenas o DataGeosis Office apresentou resultados satisfatórios em comparação com o software desenvolvido, nomeado de IF\_Adjust.

**Palavras-chave:** Ajustamento, *Softwares* Topográficos, MATLAB, Método Paramétrico, Método Correlato, IF\_Adjust.

## **Abstract**

The performed calculations' reliability on the topography softwares is an indispensable matter, so, develop a way to test the adjustment quality of these softwares becomes fundamental.

The actual surveys that presents a diversity of redundant observations are applied to the adjustment process, what, in theory, presents the best approximation.

To make the ascertainment possible, the MATLAB language has been chosen to develop a software able to process real data to on adjustment calculation using the parametric method and the condition equations method and evaluate the data statistically. The result of the developed software's routine has been compared to the obtained results from the commercial softwares DataGeosis Office, Topograph 98 SE and TopoEVN 6.0. The generated results by all the softwares include traverse closure errors, azimuths, distances, topography coordinates and matrices. The results comparison includes raw data treatment, adjusted observations, topography coordinates and standard deviations. The developed software's name is IF\_Adjust. Among the tested softwares, only DataGeosis Office has presented satisfactory results in comparing to IF\_Adjust's results.

**Keywords:** Adjustment, Topography Softwares, MATLAB, Parametric Method, Condition Equations Method, IF\_Adjust.

## 1. Introdução

Com o avanço do uso da informática na Agrimensura e Cartografia assim como ciências relacionadas, surgiu um nicho de mercado para a produção e venda de aplicações de diversas finalidades. A finalidade abordada neste trabalho é relativa aos processos da topografia convencional, de ajustamento de poligonais topográficas e a qualidade dos cálculos realizados sob a máscara de processamento dos softwares.

Boa parte dos cálculos realizados pelos *softwares* são referentes ao processamento dos métodos de ajustamento pelos mínimos quadrados, com as equações não apresentando linearidade devido a englobar ângulos e distâncias.

Segundo Camargo (2000) o ajustamento é considerado um dos ramos da matemática aplicada, solucionando problemas que apresentam um sistema de equações e que tem um número redundante de observações, assim obtendo uma única solução e o quão preciso é esta solução.

Segundo Gemael, Machado e Wanderson (2015) a teoria clássica do método dos mínimos quadrados (MMQ) através dos avanços da estatística matemática teve seus conceitos revisados, permitindo assim que os antigos requisitos do ajustamento tomassem outro enfoque, e as grandezas observadas são tratadas como oscilações probabilísticas, permitindo assim o tratamento mais lógico de certos problemas.

Os métodos de ajustamento pelos mínimos quadrados são separados em três tipos de métodos: paramétrico, correlato e combinado. O método paramétrico também é chamado por Camargo (2000) de método das equações de observações ou método das observações indiretas. O método correlato é classicamente conhecido como método das equações de condição. Enquanto que o combinado apesar de não receber outro nome é uma mescla dos métodos paramétrico e correlato.

Computacionalmente o ajustamento se torna mais eficiente, então passam a ser a base dos cálculos realizados por softwares de processamento de poligonais topográficas, os softwares que realizam esses processos possuem uma rotina implementada em alguma linguagem de programação, a qual permite realizar cálculos e trabalhar com matrizes. Essas rotinas podem ou não exibir as matrizes ao longo do processo de ajustamento.

Os *softwares* comerciais geralmente apresentam uma rotina fechada de cálculo, ou seja, o usuário não consegue visualizar os processos realizados pelo computador. Tem por vantagens uma maior agilidade no cálculo da rotina, sem a necessidade de parar a cada processo para exibir os valores calculados, e evitar que indivíduos sem conhecimento técnico ou prático do *software* alterem os dados calculados. Geralmente os *softwares* apresentam o cálculo pelo método dos mínimos quadrados sem apresentar em qual tipo o processo é realizado.

A falta de questionamento e métodos de confirmação da qualidade dos processos realizados por aplicações comerciais de topografia, mais especificamente para cálculos de poligonais topográficas, podem vir a causar inúmeros problemas caso esses processos não ocorram da maneira correta, criando assim a necessidade de uma rotina ou aplicação capaz de realizar os cálculos de ajustamento de poligonais topográficas de maneira correta e confiável e aplicar os devidos testes de qualidade.

Os processos de ajustamento são realizados com base em matrizes e como há no MATLAB funções pré-definidas para interpretar e calcular matrizes, como transposição, inversão e multiplicação. Decidiu-se pelo desenvolvimento da rotina em código MATLAB, sendo este amplamente utilizado pela comunidade científica, pois apresenta uma gama de funções já implementadas que reduzem consideravelmente a quantidade de linhas de código para a realização de uma única função.



Utilizando de dados coletados em campo assim como dados simulados serão realizados testes dos processos em três aplicações comerciais (DataGeosis Office, Topograph 98 SE e TopoEVN 6.0) tendo como parâmetros de qualidade os resultados obtidos na rotina desenvolvida utilizando código do MATLAB para que os resultados nos softwares comerciais apresentem boa qualidade os processos devem ser realizados de maneira correta e confiável, evitando-se uma má qualidade os processos.

O objetivo deste trabalho é o desenvolver de uma rotina confiável e consistente de cálculos de poligonais topográficas utilizando dos processos de ajustamento por meio de código em linguagem de programação do MATLAB. Aplicar a rotina sobre dados topográficos e processar esses dados nos softwares comerciais anteriormente citados, e então realizar as comparações e determinar as diferenças e as possíveis causas destas.

Os trabalhos topográficos necessitam de uma qualidade consistente e de precisão confiável, se os softwares não apresentarem os resultados corretos após o processamento os dados levantados por mais que tenham sido coletados seguindo as metodologias de levantamento apresentarão a devida qualidade e ainda conterão erros que dependendo da finalidade podem acarretar problemas futuros.

## 2. Objetivos

Devido ao grande número de usuários que dependem dos cálculos realizados pelos *softwares* de topografia disponíveis no mercado, a qualidade dos processos realizados precisam apresentar muita confiabilidade, então cria-se a necessidade de verificar a qualidade dos cálculos de ajustamento de poligonais topográficas realizados por estes softwares.

### 2.1. Objetivo Geral

Testar a qualidade dos *softwares* comerciais DataGeosis Office, Topograph 98 SE, e TopoEVN 6.0 por meio de uma rotina de ajustamento desenvolvida em código MATLAB.

### 2.2. Objetivo Especifico

Utilizar os métodos paramétrico e correlato variantes ao método dos mínimos quadrados (MMQ) para estruturar e programar uma rotina em código MATLAB.

Utilizar dados de teste para validar o *software* de ajustamento desenvolvido. Além de utilizar dados de campo para processar tanto na rotina desenvolvida quanto nos *softwares* comerciais e assim realizar as comparações entre os resultados obtidos nos *softwares* com a rotina desenvolvida e apontar possíveis fontes de erro.

### 3. Referencial Teórico

#### 3.1. Equações de Transporte de Coordenadas na Topografia

##### 3.1.1. Equações Planimétricas

O cálculo de transporte de coordenadas no plano topográfico segundo Moraes (1997) dá-se através das seguintes equações:

$$x_{p+1} = x_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} \text{sen} Az_{ik}) \quad (3.1.1.1)$$

$$y_{p+1} = y_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} \text{cos} Az_{ik}) \quad (3.1.1.2)$$

Onde:

$S_{ik}$  – Distância plana entre os pontos  $i$  e  $k$

$Az_{ik}$  – Azimute topográfico do alinhamento entre os pontos  $i$  e  $k$

$p$  – Número total de vértices da poligonal

Em poligonais enquadradas e fechadas chega-se em pontos de coordenadas conhecidas assim permitindo o cálculo do erro de fechamento de poligonal. As equações do erro foram adaptadas de Moraes (1997):

$$e_x = x_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} \text{sen} Az_{ik}) - x_{p+1} \quad (3.1.1.3)$$

$$e_y = y_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} \text{cos} Az_{ik}) - y_{p+1} \quad (3.1.1.4)$$

$$e_{ang} = Az_0 + \sum_{i=1}^{p+1} a_i - p * 180 - Az_f \quad (3.1.1.5)$$

### 3.1.2. Equações de Altimetria

O cálculo para o transporte de cotas e altitudes utilizando aparelhos capazes de mensurar ângulos é dado através das seguintes equações adaptadas de Fróes (2017):

$$DN_{ik} = D_{ik} \cdot \text{cos} Z_{ik} + h_{inst} - h_{prisma} \quad (3.1.2.1)$$

$$h_{p+1} = h_1 + \sum_{i=1}^p DN_{ik} \quad (3.1.2.2)$$

Onde:

$D_{ik}$  – distância inclinada entre os pontos  $i$  e  $j$

$Z_{ik}$  – Ângulo zenital do alinhamento entre os pontos  $i$  e  $j$

$h_{inst}$  – Altura do Instrumento

$h_{prisma}$  – Altura do prisma ou da leitura de vante

Assim como na planimetria, se o levantamento altimétrico parte e chega em pontos de altitudes conhecidas é possível mensurar o erro, então adaptando a equação (3.1.1.3) proposta por Moraes (1997) para o erro na coordenada  $x$  para a altimetria tem-se:

$$e_h = h_1 + \sum_{i=1}^p (D_{ik} \cdot \text{cos} Z_{ik} + h_{inst} - h_{prisma}) - h_{p+1} \quad (3.1.2.3)$$

### 3.1.3. Equações Planialtimétricas

A planialtimetria é a fusão da planimetria e da altimetria, e suas equações são uma combinação de ambas, com pequenas adaptações. São estas:

$$S_{ik} = D_{ik} \cdot \text{sen}Z_{ik} \quad (3.1.3.1)$$

$$DN_{ik} = D_{ik} \cdot \text{cos}Z_{ik} + h_{inst} - h_{prisma} \quad (3.1.3.2)$$

$$x_{p+1} = x_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} \text{sen}Az_{ik}) \quad (3.1.3.3)$$

$$y_{p+1} = y_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} \text{cos}Az_{ik}) \quad (3.1.3.4)$$

$$h_{p+1} = h_1 + \sum_{i=1}^p DN_{ik} \quad (3.1.3.5)$$

O cálculo do erro na planialtimetria é exatamente igual aos cálculos apresentados na altimetria e na planimetria, levando apenas em consideração as modificações apresentadas nas equações (3.1.3.1) e (3.1.3.2).

## 3.2. Propagação de Covariâncias

Segundo Camargo (2000) em muitas áreas da Ciência quantidades medidas são frequentemente utilizadas para se determinar outras quantidades de interesse, ou seja, parâmetros a serem estimados, sendo expressas em função dos valores medidos. Caso essas medidas estejam dispersas em torno de um valor apresentam variância, então os as quantidades calculadas com base nos valores medidos também apresentarão dispersão.

Camargo (2000) diz que a avaliação das variâncias dos valores calculados e suas eventuais correlações através de funções das variâncias das medidas é denotada como propagação dos erros aleatórios.

### 3.2.1. Variável Aleatória

Segundo Nazareno (2012) uma função que relaciona os elementos de um espaço amostral em um número real é chamada de variável aleatória (v.a.), e seu valor resulta de um experimento aleatório. Tendo em vista que cada medição tem um único valor, e o conjunto destas medidas compõe a variável aleatória.

Segundo Nazareno (2012) caso o conjunto que compõe uma variável aleatória seja de mesma natureza esta é classificada como unidimensional. Caso o conjunto apresente grandezas de naturezas diferentes é chamada de variável aleatória multidimensional.

### 3.2.2. Matriz Variância-Covariância (MVC)

Segundo Nazareno (2012) a precisão de uma variável aleatória é dada pelo desvio padrão da variável ( $\sigma_i$ ). No caso de uma variável aleatória multidimensional a precisão é dada pela matriz variância-covariância ( $\Sigma$ ) formada pelo conjunto das variâncias ( $\sigma_i^2$ ) dos  $i$  elementos pertencentes a variável aleatória, e pelas covariâncias ( $\sigma_{ij}$ ) entre estes elementos.

Segundo Gemael, Machado e Wanderson (2015) a covariância exprime a correlação entre as variáveis, ou seja, o grau de dependência de dois elementos de uma variável aleatória bidimensional.

Segundo Nazareno (2012) a variância corresponde a forma quadrática do desvio-padrão de uma variável aleatória.

Segundo Gemael (1994) a matriz variância-covariância também pode receber o nome de matriz covariância devido à variância se tratar de um caso particular de covariância onde  $i = j$ .

Nazareno (2012) coloca que a matriz variância-covariância é simétrica ( $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ ) e em casos de não existir correlação entre as variáveis se degenera em uma matriz diagonal.

### 3.2.3. Lei da Propagação de Covariâncias

Segundo Gemael (1994) considerando um modelo linear que liga duas variáveis aleatórias multidimensionais  $Y$  e  $X$  da seguinte maneira:

$${}_m Y_1 = {}_m G_n \quad {}_n X_1 + {}_m C_1 \quad (3.2.3.1)$$

Aplica-se sobre o modelo a esperança matemática ( $E\{ \quad \}$ ):

$$E\{Y\} = E\{GX + C\} = GE\{X\} + C \quad (3.2.3.2)$$

Segundo Camargo (2000) substituindo as expressões (3.2.3.1) e (3.2.3.2) em (3.2.2.1) tem-se que:

$$\Sigma_Y = E\{(GX + C - GU_X - C)(GX + C - GU_X - C)^T\} \quad (3.2.3.3)$$

$$\Sigma_Y = GE\{(X - U_X)(X - U_X)^T\}G^T \quad (3.2.3.4)$$

Então:

$$\Sigma_Y = G\Sigma_XG^T \quad (3.2.3.5)$$

Onde:

$\Sigma_x$  – É a matriz variância-covariância das observações a serem propagadas

$\Sigma_y$  – É a matriz variância-covariância dos valores propagados

$G$  – É a matriz do modelo linear da propagação

Segundo Gemael (1994) a equação (3.2.3.5) é utilizada para casos lineares, mas pode-se generalizar para casos não lineares se considerar o seguinte modelo não linear:

$$Y = F(X) \quad (3.2.3.6)$$

Usando o desenvolvimento de Taylor faz-se:

$$Y = F(X) \cong F(X^0) + \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X^0} (X - X^0) \quad (3.2.3.7)$$

Segundo Gemael (1994) se aplicar um procedimento análogo ao da determinação da equação (3.2.3.5) obtêm-se:

$$\Sigma_Y = D\Sigma_XD^T \quad (3.2.3.8)$$

Com:

$$D = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X^0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial y_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial y_m}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{X^0} \quad (3.2.3.9)$$

### 3.3. Ajustamento

Segundo Camargo (2000) o ajustamento é considerado um dos ramos da matemática aplicada, solucionando problemas que apresentam um sistema de equações e que tem um número redundante de observações, assim obtendo uma única solução e o quão preciso esta solução é.

Segundo Gemael (1994) as observações conduzidas pelo ser humano apresentam inevitavelmente erros que decorrem de falhas humanas, imperfeição dos equipamentos ou influencias de condições ambientais durante o processo de coleta. Sendo este um conceito intuitivo ninguém se conterà em realizar apenas uma única mensuração para obter uma medida de confiança, sendo necessária redundância nas observações às quais apresentarão disparidade entre si. Assim o ajustamento será sendo necessário para obter uma solução única e a respectiva estimativa de precisão da grandeza mensurada.

### 3.3.1. Método de Ajustamento pelos Mínimos Quadrados

Segundo Nazareno (2012) em um sistema possui o mesmo número de incógnitas e equações a solução é única, mas quando existe mais equações que as necessárias é preciso agrupá-las de modo a formar vários sistemas formados por combinações lineares destas equações.

Segundo Camargo (2000) tanto as observações redundantes como suas propriedades estocásticas geralmente não são compatíveis com o modelo funcional. Em um modelo linear ou linearizado as soluções obtidas a partir de diferentes subsistemas serão distintas.

Segundo Nazareno (2012) quando se lida com dados reais, realiza-se medidas adicionais além das mínimas requeridas, com cada observação resultando em uma equação, e devido a todas as medidas estarem acompanhadas de erros o sistema de equações resultante se torna inconsistente, e assim necessitando de um processo de homogeneização do sistema de modo que qualquer conjunto de equações escolhido resulte na mesma solução.

Segundo Camargo (2000) não será possível obter um resultado único sem que sejam atribuídos critérios para as observações. Assim é possível aplicar os princípios do método dos mínimos quadrados para derivar um conjunto de estimativas para as variáveis do modelo.

Segundo Gemael (1994) devido à impossibilidade de se mensurar um valor verdadeiro estima-se um valor confiável com uma base criteriosa, podendo ou não ser homogênea em seus graus de confiança.

Segundo Camargo (2000) o MMQ estima as variáveis incógnitas, denominadas de parâmetros, e sua precisão a partir de observações com graus de confiança ou precisão.



Segundo Gemael (1994) a melhor estimativa do valor de interesse é dada pela *mínima soma dos quadrados dos resíduos*:

$$\sum v = \min \quad (3.3.1.1)$$

Ou quando as observações apresentam diferentes graus de confiança são através dos pesos linearizadas:

$$\sum p_i v_i = \min \quad (3.3.1.2)$$

Segundo Gemael (1994) atualmente se utiliza da linguagem matricial pra representar o modelo exposto:

$$V^T P V = \min \quad (3.3.1.3)$$

Onde:

$V$  – vetor dos resíduos;

$P$  – matriz dos pesos, caracterizada pela forma quadrática.

Segundo Gemael (1994) a matriz dos pesos originalmente era restringida como uma matriz diagonal, mas devido à existência de uma possível correlação entre cada componente da matriz essa restrição fora revogada.

Segundo Gemael (1994) os princípios da teoria dos mínimos quadrados permaneceram inalterados até recentemente, onde com os avanços da Estatística Matemática surgiu a necessidade de revisar alguns conceitos, encarando algumas variáveis como aleatórias ou estocásticas, sujeitas a oscilações de probabilidade, com o ajustamento proporcionando estimativas das mesmas e das relacionadas. Utilizando de testes estatísticos e estimativa por intervalos os problemas passaram a serem solucionados de forma mais lógica. Somando a isso a evolução da informática e dos cálculos matriciais que facilitam a solução de problemas com quantidade de dados maiores.

### 3.3.2. Método Paramétrico

O método paramétrico é conhecido como ajustamento de observações indiretas ou método das equações de observações. Segundo Camargo (2000), o método adota que as observações indiretas não se processam sobre as grandezas a serem procuradas, estando vinculadas matematicamente a outras que podem ser medidas diretamente. Nazareno (2012)

classifica como observação indireta uma grandeza medida de qualidade diferente da procurada, por exemplo, um ângulo para determinação de coordenadas.

Como exposto por Camargo (2000), no processo de ajustamento utilizando o método paramétrico, cada equação corresponde a uma observação, assim pode-se dizer que  $n$  é o número de equações e o número total de observações. A partir deste princípio fica explicitado que cada equação de observação estará em função dos parâmetros envolvidos, denotados como  $u$ .

Segundo Nazareno (2012) ao montar o sistema de equações e isolar por igualdade os parâmetros (valores incógnitos) das observações é possível obter o modelo matemático do ajustamento pelo método paramétrico. Segundo Camargo (2000), o modelo é dado por:

$$L_a = F(X_a) \quad (3.3.2.1)$$

Onde:

$L_a$  – vetor das observações ajustadas ( $n \times 1$ );

$X_a$  – vetor dos parâmetros ajustados ( $u \times 1$ );

$F$  – função que relaciona  $L_a$  e  $X_a$ , podendo ser linear ou não.

Ainda por Camargo (2000), como geralmente a função  $F(X_a)$  não é linear, é indicado que se realize o processo de linearização do modelo para facilitar a obtenção da solução, em contra partida é necessário aplicar iterações e uma fase de testes por motivo de que o modelo linearizado utiliza de aproximações.

Aplica-se a linearização na equação (3.3.2.1), através da expansão da função em série de Taylor e tomando apenas os dois primeiros valores da série. De acordo com Camargo (2000), é necessário aplicar um valor aproximado para os valores incógnitos, denotado como  $X_0$ .

A função linearizada apresenta-se da seguinte maneira, segundo Camargo (2000) e Nazareno (2012):

$$L_a = F(X_0) + \left. \frac{\delta F}{\delta X_a} \right|_{X_0} \cdot X \quad (3.3.2.2)$$

Sendo que:

$$L_a = L_b + V \quad (3.3.2.3)$$

Onde:

$L_b$  - vetor das observações (n x 1);

$V$  - vetor dos resíduos (n x 1).

Pode-se assim reescrever a equação (3.3.2.2) substituindo na equação (3.3.2.3), esta toma a seguinte forma:

$$L_b + V = F(X_0) + \left. \frac{\delta F}{\delta X_a} \right|_{X_0} \cdot X \quad (3.3.2.4)$$

Designando a função dos parâmetros aproximados por  $L_0$  e a matriz das derivadas parciais por  $A$  do seguinte modo de acordo com Camargo (2000):

$$L_0 = F(X_0) \quad (3.3.2.5)$$

$$A = \left. \frac{\delta F}{\delta X_a} \right|_{X_0} \quad (3.3.2.6)$$

Substitui-se as equações (3.3.2.5) e (3.3.2.6) na equação (3.3.2.4) e tem-se:

$$L_b + V = L_0 + A \cdot X \quad (3.3.2.7)$$

Isolando-se os resíduos ( $V$ ) obtém-se:

$$V = L_0 - L_b + A \cdot X \quad (3.3.2.8)$$

E representa-se, de acordo com Camargo (2000) a diferença entre  $L_b$  e  $L_0$  por  $L$ , e assim obtém-se o modelo matemático linearizado do método paramétrico:

$$V = L + A \cdot X \quad (3.3.2.9)$$

Através do principio dos métodos dos mínimos quadrados dado pela seguinte equação:

$$\phi = V^T . P . V = \min \quad (3.3.2.10)$$

Aplica-se o método dos mínimos quadrados sobre a equação (3.3.2.9) com a seguinte característica de acordo com Camargo (2000):

$$P = \sigma_0^2 . \Sigma_{L_b}^{-1} \quad (3.3.2.11)$$

Então:

$$\phi = (L + A . X)^T . P . (L + A . X) = \min \quad (3.3.2.12)$$

Realiza-se a distributiva sobre a equação (3.3.2.12) e obtém-se:

$$\phi = X^T A^T P A X + X^T A^T P L + L^T P A X + L^T P L = \min \quad (3.3.2.13)$$

Onde:

$$X^T A^T P L = L^T P A X \quad (3.3.2.14)$$

Assim ficando:

$$\phi = X^T A^T P A X + 2X^T A^T P L + L^T P L = \min \quad (3.3.2.15)$$

Segundo Gemael (1994) igualando a zero a primeira derivada em relação a X tem-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial X} = 2A^T P A X + 2A^T P L = 0 \quad (3.3.2.16)$$

$$A^T P A X + A^T P L = 0 \quad (3.3.2.17)$$

Isolando-se X:

$$X = -(A^T P A)^{-1} A^T P L = 0 \quad (3.3.2.18)$$

Fazendo:

$$N = A^T P A \quad (3.3.2.19)$$

$$U = A^T P L \quad (3.3.2.20)$$

Substituindo as equações (3.3.2.19) e (3.3.2.20) na equação (3.3.2.117) tem-se um sistema que representa  $u$  equações normais cuja solução é dada pelo vetor:

$$X = -N^{-1}U \quad (3.3.2.21)$$

Segundo Gemael (1994) as componentes resultantes do vetor da equação (3.3.2.21) convertem os parâmetros aproximados em ajustados:

$$X_a = X_0 + X \quad (3.3.2.22)$$

Segundo Gemael (1994) antes de realizar o ajustamento é necessário que as precisões das observações sejam estimadas e assim compor a Matriz Variância-Covariância (MVC) dos valores observados, denotada por  $\Sigma_{L_b}$ , utilizando também da variância de peso a priori  $\sigma_0^2$  é possível obter a matriz dos pesos:

$$P = \sigma_0^2 \cdot \Sigma_{L_b}^{-1} \quad (3.3.2.23)$$

Aplicando a Lei da propagação das covariâncias:

$$\Sigma_X = G \Sigma_{L_b} G^T \quad (3.3.2.24)$$

Tendo:

$$G = N^{-1}A^T P \quad (3.3.2.25)$$

Resulta na MVC das correções:

$$\Sigma_X = pos(\sigma_0^2) N^{-1} \quad (3.3.2.26)$$

Sendo que a MVC das correções é igual à MVC dos parâmetros ajustados:

$$\Sigma_X = \Sigma_{X_a} \quad (3.3.2.27)$$

Segundo Camargo (2000) utilizando também da Lei de propagação das covariâncias, exposta na equação (3.3.2.24) sobre:

$$L_a = L_b + V \quad (3.3.2.28)$$

Expandindo a equação (3.3.2.28)

$$L_a = L_b - A(A^T P A)^{-1} A^T P (L_0 - L_b) + L_0 - L_b \quad (3.3.2.29)$$

$$L_a = -A(A^T P A)^{-1} A^T P (L_0 - L_b) + L_0 \quad (3.3.2.30)$$

E tendo:

$$G = A(A^T P A)^{-1} A^T P \quad (3.3.2.31)$$

Resultando assim na MVC das observações ajustadas:

$$\Sigma_{L_a} = pos(\sigma_0^2) A N^{-1} A^T \quad (3.3.2.32)$$

Segundo Camargo (2000) para se determinar a MVC dos resíduos utiliza-se da Lei da Propagação de Covariância expressa na equação (3.3.2.24) sobre a expressão do resíduo:

$$V = AX + L \quad (3.3.2.33)$$

Assim obtendo a MVC dos resíduos:

$$\Sigma_V = pos(\sigma_0^2) (P^{-1} - A N^{-1} A^T) \quad (3.3.2.34)$$

Segundo Gemael (1994) o valor da variância de peso unitário a posteriori é dado pela equação (3.3.2.35)

$$pos(\sigma_0^2) = \frac{V^T P V}{n - u} \quad (3.3.2.35)$$

### 3.3.3. Método dos Correlatos

Segundo Camargo (2000) o ajustamento pelo método dos correlatos é também conhecido como ajustamento das observações diretas condicionadas ou método das equações de condição. No método correlato diferentemente do método paramétrico os parâmetros não passam pelo processo de ajustamento.

Segundo Gemael (1994) o método dos correlatos utiliza exclusivamente de observações sujeitas a junções de natureza matemática, sendo estas tratadas como observações diretas condicionadas, de modo que as disparidades obtidas no cálculo e as

condições deverão ser eliminadas no processo de ajustamento, essa diferença é denotada como erro de fechamento.

Segundo Nazareno (2012) as observações diretas condicionadas geralmente são obtidas diretamente com algum equipamento mensurador, capaz de coletar observações de mesmo tipo da procurada, e estão relacionadas através de uma função ou equação de condição.

Segundo Camargo (2000) o número de equações de condição( $r$ ) é dado pela diferença entre o número total de observações( $n$ ) e o número de parâmetros ( $u$ ) sendo assim expresso por:

$$r = n - u \quad (3.3.3.1)$$

Gemael (2004) expõe alguns exemplos como ângulos internos de um triângulo cujo somatório deve corresponder a  $180^\circ$ , estando estes assim condicionados como na seguinte expressão:

$$(A) + (B) + (C) - 180 = \varepsilon \quad (3.3.3.2)$$

De modo que  $\varepsilon$  é denotado como um erro o qual deveria ser nulo.

Segundo Camargo (2000) o modelo matemático do método dos correlatos é dado por:

$$F(L_a) = 0 \quad (3.3.3.3)$$

Onde:

$L_a$  – valores observados ajustados ( $n \times 1$ );

$F$  – função geralmente não linear que simboliza as  $r$  equações de condição.

Segundo Gemael (1994) envolve-se no modelo os valores observados ( $L_b$ ) assim como as incógnitas pertencentes ao resíduo( $V$ ) para obter as equações de condição transformadas. Assim ficando como no método paramétrico:

$$L_a = L_b + V \quad (3.3.3.4)$$

E podendo assim reescrever a (3.3.3.3) com a (3.3.3.4)

$$F(L_b + V) = 0 \quad (3.3.3.5)$$

Segundo Camargo (2000) e Gemael (1994) aplicando a aproximação pela série de TAYLOR em forma matricial tem-se:

$$F(L_a) = F(L_b + V) \cong F(L_b) + \left. \frac{\delta F}{\delta L_a} \right|_{L_b} \cdot (L_a - L_b) = 0 \quad (3.3.3.6)$$

Segundo Nazareno (2012) denota-se como:

$$W = F(L_b) \quad (3.3.3.7)$$

$$B = \left. \frac{\delta F}{\delta L_a} \right|_{L_b} \quad (3.3.3.8)$$

Assim resultando em:

$$BV + W = 0 \quad (3.3.3.9)$$

Onde:

$B$  – matriz das derivadas parciais ( $r \times n$ );

$W$  – vetor de erro de fechamento ( $r \times 1$ );

$V$  – vetor dos resíduos ( $r \times 1$ ).

Segundo Gemael (1994) a equação (3.3.3.9) corresponde ao modelo linearizado do método dos correlatos, representando  $r$  equações de condição transformadas, ligando  $n$  incógnitas.

Segundo Camargo (2000) é necessário que as incógnitas se subordinem ao MMQ e satisfaçam o método dos correlatos, assim aplica-se a técnica Lagrangiana. Submetendo o modelo linearizado ao MMQ obtém-se:

$$\phi = V^T \cdot P \cdot V - 2K^T(BV + W) = \min \quad (3.3.3.10)$$

Onde:

$K$  – vetor dos multiplicadores de Lagrange ( $r \times 1$ );

$P$  – matriz dos pesos ( $n \times n$ ).

Segundo Nazareno (2012) derivando a equação (3.3.3.10) em relação ao vetor dos resíduos e ao vetor dos multiplicadores de Lagrange e igualando as derivadas à zero obtém-se:



$$PV - B^T K = 0 \quad (3.3.3.11)$$

$$BV + W = 0 \quad (3.3.3.12)$$

Segundo Gemael (1994) considerando que o sistema é composto de matrizes cujos elementos são matrizes, o sistema assume uma forma teórica e não pratica, pois implica na inversão de matrizes extremamente grandes.

Por Gemael (1994) resolve-se, de maneira mais simples, a equação (3.3.3.11) em relação a V:

$$V = P^{-1}B^T K \quad (3.3.3.13)$$

E introduzindo na equação (3.3.3.12), assim obtendo:

$$BP^{-1}B^T K + W = 0 \quad (3.3.3.14)$$

Segundo Camargo (2000) a equação (3.3.3.14) representa um sistema de  $\mathbf{r}$  equações normais proporcionando  $\mathbf{r}$  multiplicadores de Lagrange. Assim isolando-se o vetor ( $\mathbf{K}$ ) tem-se:

$$K = -(BP^{-1}B^T)^{-1}W \quad (3.3.3.15)$$

De modo que:

$$K = -M^{-1}W \quad (3.3.3.16)$$

$$M = BP^{-1}B^T \quad (3.3.3.17)$$

Segundo Camargo (2000) a precisão dos valores ajustados pode ser dada através da Lei de Propagação de Covariância aplicada sobre a equação (3.3.3.18):

$$L_a = L_b + V \quad (3.3.3.18)$$

Segundo Gemael (1994) substitui-se na equação (3.3.3.18) a equação (3.3.3.13), assim tem-se:

$$L_a = L_b + P^{-1}B^T K \quad (3.3.3.19)$$

Com o vetor dos correlatos(K) dado pela equação (3.3.3.16):

$$L_a = L_b - P^{-1}B^T M^{-1}W \quad (3.3.3.20)$$

Aplicando o a Lei de Propagação:

$$\Sigma_{L_a} = D \Sigma_{L_b} D^T \quad (3.3.3.21)$$

Onde:

$$D = \frac{\partial L_a}{\partial L_b} = I - P^{-1}B^T M^{-1} \frac{\partial W}{\partial L_b} \quad (3.3.3.22)$$

$$\frac{\partial W}{\partial L_b} = \frac{\partial [F(L_b)]}{\partial L_b} = B \quad (3.3.3.23)$$

De modo que:

$$D = I - P^{-1}B^T M^{-1}B \quad (3.3.3.24)$$

Introduzindo na equação (3.3.3.21):

$$\Sigma_{L_a} = (I - P^{-1}B^T M^{-1}B) \Sigma_{L_b} (I - P^{-1}B^T M^{-1}B)^T \quad (3.3.3.25)$$

$$\Sigma_{L_a} = pos(\sigma_0^2) [(I - P^{-1}B^T M^{-1}B) P^{-1} (I - P^{-1}B^T M^{-1}B)^T] \quad (3.3.3.26)$$

$$\Sigma_{L_a} = pos(\sigma_0^2) [P^{-1} - P^{-1}B^T M^{-1}B P^{-1} - P^{-1}B^T M^{-1}B^T P^{-1} + P^{-1}B^T M^{-1}B P^{-1}B^T M^{-1}B P^{-1}] \quad (3.3.3.27)$$

$$B P^{-1}B^T M^{-1} = M M^{-1} = 1 \quad (3.3.3.28)$$

Reescrevendo a equação (3.3.3.27) para se obter a equação responsável pela MVC dos valores ajustados:

$$\Sigma_{L_a} = pos(\sigma_0^2) P^{-1} (I - B^T M^{-1}B P^{-1}) \quad (3.3.3.29)$$

$$\Sigma_{L_a} = \Sigma_{L_b} (I - B^T M^{-1}B P^{-1}) \quad (3.3.3.30)$$

Segundo Camargo (2000) para se determinar a MVC dos resíduos aplica-se a Lei de Propagação de Covariância sobre a equação (3.3.3.31)

$$V = -P^{-1}B^T M^{-1}W \quad (3.3.3.31)$$

Assim resultando em:

$$\Sigma_V = pos(\sigma_0^2)P^{-1}B^T M^{-1}BP^{-1} \quad (3.3.3.32)$$

Segundo Gemael (1994) resultando em:

$$\Sigma_{L_a} = \Sigma_{L_b} - \Sigma_V \quad (3.3.3.33)$$

Segundo Gemael (1994) o valor da variância de peso unitário a posteriori é dado pela equação (3.3.3.34)

$$pos(\sigma_0^2) = \frac{V^T P V}{r} = \frac{-K^T W}{r} \quad (3.3.3.34)$$

#### 3.3.4. Iteração

Segundo Gemael (1994) os modelos matemáticos que ocorrem com mais frequência em Geodesia e Topografia não são lineares, de modo que é necessária a linearização pela série de Taylor, com o cuidado de desprezar termos de ordem igual e superior à segunda.

Segundo Gemael (1994), as matrizes formadas pelas derivadas parciais (A e B) das equações que compõe os modelos, são calculadas com base nos valores iniciais atribuídos aos parâmetros e de valores observados.

Segundo Gemael (1994) fica claro que a omissão de valores devido a serie de Taylor e a adoção de valores iniciais aproximados levam a erros no ajustamento. Então a ideia de iteração surge devido ao primeiro resultado obtido ser algo semelhante a “valores aproximados melhorados”, sendo melhorado a cada repetição do processo até atingir um ponto de convergência.

Segundo Gemael (1994) para o método paramétrico o processo de iteração dá-se da seguinte maneira:

- 1ª Iteração:

$$X^a = X_1^0 \quad (3.3.4.1)$$

$$L_1 = F(X_1^0) \quad (3.3.4.2)$$

$$A_1 = \left. \frac{\delta F}{\delta X_a} \right|_{X_1^0} \quad (3.3.4.3)$$

$$V_1 = L_1 + A_1 \cdot X_1 \quad (3.3.4.4)$$

$$X = -(A_1^T P A_1)^{-1} A_1^T P L_1 = 0 \quad (3.3.4.5)$$

$$X_1^a = X_1^0 + X_1 \quad (3.3.4.6)$$

$$\Sigma_X = pos(\sigma_0^2) (A_1^T P A_1)^{-1} \quad (3.3.4.7)$$

$$pos(\sigma_{0_1}^2) = \frac{V_1^T P V_1}{n - u} \quad (3.3.4.8)$$

- i-ésima iteração:

$$X_{i-1}^a = X_i^0 \quad (3.3.4.9)$$

$$L_i = F(X_i^0) \quad (3.3.4.10)$$

$$A_i = \left. \frac{\delta F}{\delta X_a} \right|_{X_i^0} \quad (3.3.4.11)$$

$$V_i = L_i + A_i \cdot X_i \quad (3.3.4.12)$$

$$X = -(A_i^T P A_i)^{-1} A_i^T P L_i = 0 \quad (3.3.4.13)$$

$$X_i^a = X_i^0 + X_i \quad (3.3.4.14)$$

$$\Sigma_X = pos(\sigma_0^2) (A_i^T P A_i)^{-1} \quad (3.3.4.15)$$

$$pos(\sigma_{0_i}^2) = \frac{V_i^T P V_i}{n - u} \quad (3.3.4.16)$$

Segundo Gemael (1994) para o método correlato o processo de iteração apresenta-se do seguinte modo:

- 1ª Iteração

$$L_a = L_1^0 \quad (3.3.4.17)$$

$$B_1 = \left. \frac{\delta F}{\delta L_a} \right|_{L_1^0} \quad (3.3.4.18)$$

$$W_1 = B_1(L_b - L_1^0) + F(L_1^0) \quad (3.3.4.19)$$

$$V_1 = -P^{-1}B_1^T(B_1P^{-1}B_1^T)^{-1}W_1 \quad (3.3.4.20)$$

$$L_1^a = V_1 + L_b \quad (3.3.4.21)$$

$$B_1V_1 + W_1 = 0 \quad (3.3.4.22)$$

- i-ésima iteração:

$$L_{i-1}^a = L_i^0 \quad (3.3.4.23)$$

$$B_i = \left. \frac{\delta F}{\delta L_a} \right|_{L_{i-1}^0} \quad (3.3.4.24)$$

$$W_i = B_i(L_b - L_i^0) + F(L_i^0) \quad (3.3.4.25)$$

$$V_i = -P^{-1}B_i^T(B_iP^{-1}B_i^T)^{-1}W_i \quad (3.3.4.26)$$

$$L_i^a = V_i + L_b \quad (3.3.4.27)$$

$$B_iV_i + W_i = 0 \quad (3.3.4.28)$$

Segundo Camargo (2000) devido à decorrência de aproximações em cada iteração uma fase de testes ao final do ajustamento é necessária, então são usados critérios para o encerramento das iterações. De modo que os critérios de parada são classificados em três grupos.

Segundo Camargo (2000) o primeiro grupo de critérios utiliza da variância a posteriori ( $pos(\sigma_0^2)$ ) e tem como fator de tolerância  $\delta_j$ . O primeiro grupo de testes apresenta-se da seguinte forma:

$$pos(\sigma_0^2) < \delta_1 \quad (3.3.4.29)$$

$$|pos(\sigma_0^2)_{i-1} - pos(\sigma_0^2)_i| < \delta_2 \quad (3.3.4.30)$$

$$\left| \frac{pos(\sigma_0^2)_{i-1} - pos(\sigma_0^2)_i}{pos(\sigma_0^2)_{i-1}} \right| < \delta_3 \quad (3.3.4.31)$$

Segundo Camargo (2000) a equação (3.3.4.31) é a mais indicada para o teste de convergência, sendo que  $\delta_3$  devesse ser de ordem  $10^{-5}$  ou menor.

Segundo Camargo (2000) o segundo grupo de critérios está relacionado ao incremento de parâmetros (no método paramétrico) sendo este o vetor das correções aos parâmetros aproximados e, ao incremento de observações (no método correlato) sendo este o vetor dos resíduos. As equações para a comparação com o critério de parada ( $\varepsilon$ ) escolhido para cada problema específico são:

$$|X| < \varepsilon \quad (3.3.4.32)$$

$$|X_k| < \varepsilon \quad (3.3.4.33)$$

$$\left| \frac{X_{i-1} - X_i}{X_i} \right| < \varepsilon \quad (3.3.4.34)$$

Sendo que  $X_k$  é uma subclasse de parâmetros.

Segundo Camargo (2000) o terceiro critério geralmente é utilizado em conjunto com os demais, pois é o número máximo de iterações. Tendo  $i$  como número de iterações realizadas.

$$i < \text{número de iterações} \quad (3.3.4.35)$$

### 3.3.5. Testes de Qualidade do Ajustamento

Segundo Camargo (2000) o controle de qualidade apresenta-se como um assunto amplo e complexo, que tem por objetivo estabelecer e assegurar a qualidade do produto ou serviço para certas condições de utilização e consumo.

De acordo com Camargo (2000) o controle de qualidade divide-se em economia, precisão e confiabilidade. De modo que a economia está relacionada ao custo total de um projeto, enquanto que a precisão reflete a dispersão dos resultados na ausência de erros, e a

confiabilidade apresenta-se como a capacidade de que com observações redundantes detectar erros nos modelos e observações com certo nível de confiança.

Segundo Camargo (2000) erros no modelo e/ou nas observações podem influenciar o resultado e interpretação do ajustamento. Assim o controle dos erros deve ser realizado através de testes estatísticos.

### 3.3.5.1. *Teste Qui-Quadrado ( $X^2$ )*

Segundo Gemael (1994) havendo discrepância entre os valores de variância a priori e a posteriori aplica-se um teste de hipótese com base na distribuição  $X^2$  de modo a constatar se a discrepância é significativa a certo nível de confiança. Sendo que se apresentar uma discrepância significativa considera-se um indicativo de que existem problemas no ajustamento.

De acordo com Gemael (2000) a forma quadrática  $V^T \Sigma_{L_b}^{-1} V$  apresenta uma distribuição de  $X^2$  com ( $v = n - u$ ) graus de liberdade. De modo que:

$$V^T \Sigma_{L_b}^{-1} V \sim X^2(v) \quad (3.3.5.1)$$

$$\frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \sim X^2(v) \quad (3.3.5.2)$$

$$\frac{pos(\sigma_0^2) \cdot (v)}{\sigma_0^2} \sim X^2(v) \quad (3.3.5.3)$$

E assim testa-se a hipótese básica contra a alternativa:

$$H_0 : \sigma_0^2 = pos(\sigma_0^2)$$

$$H_1 : \sigma_0^2 \neq pos(\sigma_0^2)$$

Comparando o valor calculado (3.3.5.4) com o valor teórico (3.3.5.5):

$$X^{*2} = \frac{pos(\sigma_0^2) \cdot (v)}{\sigma_0^2} = \frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \quad (3.3.5.4)$$

$$X_{v, \frac{\alpha}{2}}^2 \text{ e } X_{v, 1 - \frac{\alpha}{2}}^2 \quad (3.3.5.5)$$

Não rejeitando a hipótese básica com um nível de significância  $\alpha$  caso:

$$X^{*2} < X_{v,1-\frac{\alpha}{2}}^2 \text{ ou } X^{*2} > X_{v,\frac{\alpha}{2}}^2 \quad (3.3.5.6)$$

Segundo Gemael (1994) se a hipótese básica for rejeitada, é necessário uma análise minuciosa do processo de ajustamento.

### 3.3.5.2. *Método de Baarda ou Data-Snooping*

Segundo Teunissen (2000) o método de Baarda parte do princípio de que apenas um erro grosseiro está contido nas observações, de modo que, para identificar a que está fora de padrão utiliza-se da equação (3.3.5.7).

$$W = \frac{C^T P V}{\sqrt{C^T P \Sigma_V P C}} \quad (3.3.5.7)$$

$$C^T = [0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots 0] \quad (3.3.5.8)$$

Onde:

$W$  - Correções normalizadas;

$\Sigma_V$  - MVC dos resíduos;

$C$  - vetor n-dimensional contendo um valor unitário na linha da  $i$ -ésima observação a ser testada e zero nas demais.

De acordo com Camargo (2000) o vetor  $C$  representa a redundância parcial.

Segundo Camargo (2000) o numerador ( $C^T P V$ ) representa o resíduo transformado e o denominador ( $\sqrt{C^T P \Sigma_V P C}$ ) o erro estimado, de modo que o resultado  $W$  é empregado no teste estatístico.

Segundo Teunissen (2000) a MVC das observações é diagonal, de modo a não considerar ou inexistir a correlação entre as observações. Assim a equação é reduzida para:

$$w_i = \frac{V_i}{\sigma_{v_i}} \quad (3.3.5.9)$$

Onde:

$\sigma_{v_i}$  – desvio padrão do resíduo da observação a ser testada;

$V_i$  – resíduo da  $i$ -ésima observação a ser testada.



Segundo Camargo (2000)  $w_i$  tem como distribuição a raiz quadrada da distribuição  $F$  de graus de liberdade 1 e  $\infty$ , apresentado da seguinte maneira  $\sqrt{F_\alpha(1, \infty)}$ . Podendo se escrever  $\sqrt{F_\alpha(1, \infty)} = N_{\frac{\alpha}{2}}(0,1)$  ou  $\sqrt{F_\alpha(1, \infty)} = \sqrt{X_{\alpha,1}^2}$ . De modo que por Teunissen (2000):

$$w_i \sim N_{\frac{\alpha}{2}}(0,1) \quad (3.3.5.10)$$

Teunissen (2000) especifica que a hipótese nula a  $i$ -ésima observação não contém erros grosseiros ou fora de padrão  $\nabla_i$ , sendo o oposto na hipótese alternativa, ou seja, contém erros grosseiros ou fora de padrão. Assim testa-se:

$$H_0: \nabla_i = 0$$

$$H_a: \nabla_i \neq 0$$

De acordo com Teunissen (2000) não se rejeita a hipótese básica a determinado nível de significância  $\alpha_0$  pela desigualdade de Bonferroni:

$$-N_{\frac{\alpha_0}{2}} < w_i < N_{\frac{\alpha_0}{2}} \quad (3.3.5.11)$$

$$-\sqrt{X_{\alpha_0,1}^2} < w_i < \sqrt{X_{\alpha_0,1}^2} \quad (3.3.5.12)$$

De acordo com Camargo (2000) caso contrario as condições (3.3.5.11) e (3.3.5.12) a observação  $i$  contém erro. Por se tratar de um teste que verifica apenas uma observação por vez o teste deve ser repetido até que todas as observações com erro sejam eliminadas, mas devem ser tomados cuidados em relação à redundância do sistema.

### 3.3.5.3. Método de Pope ou Teste Tau

Segundo Silva (2007) o método de Pope tem uma diferença significativa em relação ao método proposto por Baarda, pois não se conhece o fator de variância a priori ( $\sigma_0^2$ ). O método de Pope se baseia no resíduo padronizado exposto por Mônico e Silva (2003, apud Silva, 2007):

$$t_i = \frac{V_i}{S_{v_i}} \quad (3.3.5.13)$$

Onde:

$S_{v_i}$  – desvio padrão do resíduo  $V_i$ , extraído da diagonal da MVC dos resíduos;

$V_i$  – resíduo da  $i$ -ésima observação a ser testada.

Segundo Silva (2007) tanto o desvio padrão do resíduo quanto o próprio resíduo são valores estimados com base nos mesmos dados, assim sendo, são estatisticamente dependentes. De modo que a equação (3.3.5.13) não é parametrizada pela distribuição  $t$  de Student. A distribuição *Tau* ( $\tau$ ) com  $(n-u)$  graus de liberdade ( $gl$ ). Mônico e Silva (2003, apud Silva, 2007) colocam como:

$$t_i = \frac{V_i}{S_{v_i}} \approx \tau_{gl} \quad (3.3.5.14)$$

A dificuldade para a obtenção da tabela da distribuição *Tau* torna necessário apresentar as equações de conversão entre  $\tau$  e  $t$ . São estas segundo Silva (2007):

$$\tau_{gl} = \frac{\sqrt{gl} \cdot t_{gl-1}}{\sqrt{gl - 1 + t_{gl}^2}} \quad (3.3.5.15)$$

$$\tau_{gl-1} = \frac{\sqrt{(t_{gl} - 1) \cdot \tau_{gl}^2}}{\sqrt{gl - \tau_{gl}^2}}, \text{ para } \tau^2 < gl \quad (3.3.5.15)$$

Ainda segundo Silva (2007) ao se definir a hipótese nula  $H_0$  no método de Pope assume-se a distribuição normal para todas as observações. De modo que os resíduos estimados têm media nula, ou seja:

$$H_0: E\{V_i\} = 0 \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

$$H_a: E\{V_i\} \neq 0$$

Segundo Silva (2007) num nível de significância  $\alpha$  com  $n$  testes individuais é geralmente de 5%, e o nível de significância  $\alpha_0$  para o teste unidimensional é dado por:

$$\alpha_0 = 1 - (1 - \alpha)^{1/n} \quad (3.3.5.16)$$

De modo que a hipótese nula  $H_0$  é rejeitada para o resíduo  $V_i$  caso:

$$t_i < \frac{\tau_{\alpha_0}(gl)}{2} \text{ ou } t_i > \frac{\tau_{\alpha_0}(gl)}{2} \quad (3.3.5.17)$$

Segundo Silva (2007) se a hipótese nula for rejeitada a observação relacionada ao resíduo testado é considerada um *outlier*, necessitando assim de uma investigação adicional. Como no Método Data-Snooping, o teste Tau de Pope considera que somente uma observação é afetada por um erro grosseiro. Essa teoria falha se mais do que uma observação contiver erro grosseiro.

### 3.4. Adaptação dos Métodos de Ajustamento para o Plano Topográfico

#### 3.4.1. Adaptação do Método Paramétrico

Segundo Moraes (1997) são observados ângulos e distâncias numa poligonal topográfica, assim requerendo equações de observação de distância e de ângulo que propiciem o ajustamento tanto das coordenadas (x e y) como dos valores observados. As equações se fundamentam nas formulas diferenciais que relacionam a variação do azimute com a distância observada em relação à variação das coordenadas.

De acordo com Gemael (1994) essa adaptação recebe o nome de método de variação de coordenadas e permite obter as coordenadas finais dos vértices mediante as correções que são adicionadas as coordenadas provisórias calculadas com base nos valores observados.

As deduções a seguir são mais detalhadas em Moraes (1997).

##### 3.4.1.1. *Equação de Observação da Distância*

Tem-se que a equação de observação da distância  $S_{ij}$  é dada segundo Moraes (1997) por:

$$S_{ij}^2 = (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \quad (3.4.1.1)$$

E diferenciando tem-se:

$$dS_{ij} = \frac{(x_j - x_i)(dx_j - dx_i)}{S_{ij}} + \frac{(y_j - y_i)(dy_j - dy_i)}{S_{ij}} \quad (3.4.1.2)$$

$$dS_{ij} = \text{sen}Az_{ij}(dx_j - dx_i) + \text{cos}Az_{ij}(dy_j - dy_i) \quad (3.4.1.3)$$

$$dS_{ij} = -\text{sen}Az_{ij}dx_i - \text{cos}Az_{ij}dy_i + \text{sen}Az_{ij}dx_j + \text{cos}Az_{ij}dy_j \quad (3.4.1.5)$$

Mas tem-se que:

$$dS_{ij} = S_{ij}^o - S_{ij}^c + V_{S_{ij}} \quad (3.4.1.6)$$

Substituindo-se a (3.4.1.6) na (3.4.1.5) e simplificando como exposto em Moraes (1997):

$$\left. \begin{aligned} \frac{(y_j - y_i)}{S_{ij}} &= \text{cos}Az_{ij} = L_{ij} \\ \frac{(x_j - x_i)}{S_{ij}} &= \text{sen}Az_{ij} = K_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (3.4.1.7)$$

A equação de observação de distância toma a seguinte forma:

$$f_i = -K_{ij}dx_i - L_{ij}dy_i + K_{ij}dx_j + L_{ij}dy_j + S_{ij}^o - S_{ij}^c = V_{S_{ij}} \quad (3.4.1.7)$$

### 3.4.1.2. Equação de observação do Azimute

De modo não condicionado tem-se que a equação de observação para o azimute  $Az_{ij}$ , segundo Moraes (1997) é:

$$\text{tg}Az_{ij} = \frac{(x_j - x_i)}{(y_j - y_i)} \quad (3.4.1.8)$$

Realizando a diferenciação da equação (3.4.1.8) tem-se:

$$dAz_{ij} = \frac{\text{cos}Az_{ij}(y_j - y_i)(dx_j - dx_i) - \text{cos}Az_{ij}(x_j - x_i)(dy_j - dy_i)}{(y_j - y_i)^2} \quad (3.4.1.9)$$

Considerando que:

$$\frac{\text{cos}Az_{ij}}{(y_j - y_i)^2} = \frac{1}{S_{ij}^2} \quad (3.4.1.10)$$

$$y_j - y_i = S_{ij}\text{cos}Az_{ij} \quad (3.4.1.11)$$

$$x_j - x_i = S_{ij}\text{sen}Az_{ij} \quad (3.4.1.12)$$

Então se tem substituindo (3.4.1.10), (3.4.1.11) e (3.4.1.12) em (3.4.1.9):

$$dAz_{ij} = \frac{1}{S_{ij}} [\cos Az_{ij}(dx_j - dx_i) - \sin Az_{ij}(dy_j - dy_i)] \quad (3.4.1.13)$$

Realizando a transformação de radianos proposta por Moraes (1997) exposta na equação (3.4.1.14) na equação (3.4.1.13):

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\pi}{648000} \left( \frac{rad}{''} \right) \quad (3.4.1.14)$$

Então se tem que:

$$d''Az_{ij} = \frac{648000}{\pi S_{ij}} (-\cos Az_{ij} dx_i + \cos Az_{ij} dx_j + \sin Az_{ij} dy_i - \sin Az_{ij} dy_j) \quad (3.4.1.15)$$

Mas tendo-se que:

$$d''Az_{ij} = Az_{ij}^o - Az_{ij}^C + V''_{Az_{ij}} \quad (3.4.1.16)$$

E substituindo:

$$\left. \begin{aligned} \frac{648000}{\pi} \frac{y_j - y_i}{S_{ij}} &= \frac{648000}{\pi S_{ij}} \cos Az_{ij} = P_{ij} \\ \frac{648000}{\pi} \frac{(x_j - x_i)}{S_{ij}} &= \frac{648000}{\pi S_{ij}} \sin Az_{ij} = Q_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (3.4.1.17)$$

De acordo com Moraes (1997) equação de observação do azimute assume a seguinte forma:

$$f_i = -P_{ij} dx_i + P_{ij} dx_j + Q_{ij} dy_i - Q_{ij} dy_j + Az_{ij}^C - Az_{ij}^o = V''_{Az_{ij}} \quad (3.4.1.18)$$

### 3.4.1.3. Equação de observação do Ângulo

Segundo Moraes (1997) é por meio da diferença entre os azimutes  $Az_{ik}$  e  $Az_{ij}$  ( $i$  sendo o vértice ocupado,  $j$  o vértice de ré, e  $k$  o vértice de vante) que se obtêm o ângulo  $a_{jik}$ .

Então se a equação do azimute  $Az_{ik}$  é dada por:

$$-P_{ik} dx_i + P_{ik} dx_k + Q_{ik} dy_i - Q_{ik} dy_k + Az_{ik}^C - Az_{ik}^o = V''_{Az_{ik}} \quad (3.4.1.19)$$

Realizando a diferença entre as equações (3.4.1.19) e (3.4.1.18) assim como Moraes (1997) resulta em:

$$f_i = (P_{ij} - P_{ik})dx_i + (Q_{ik} - Q_{ij})dy_i - P_{ij}dx_j + Q_{ij}dy_j + P_{ik}dx_k - Q_{ik}dy_k + a_{ijk}^c - a_{ijk}^o = V_{a_{ijk}} \quad (3.4.1.20)$$

#### 3.4.1.4. Construindo as Matrizes

Moraes (1997) coloca que a equação  $F(x_i, y_i, x_k, y_k)$  representando a equação de observação da distância é dada por:

$$F(x_i, y_i, x_k, y_k) = S_{ik}^o + V_{S_{ik}} = [(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2]^{1/2} \quad (3.4.1.21)$$

Sendo assim  $F(x_i, y_i, x_k, y_k)$  é igual a:

$$F(x_i^o, y_i^o, x_k^o, y_k^o) + \frac{\partial F}{\partial x_i^o} dx_i + \frac{\partial F}{\partial y_i^o} dy_i + \frac{\partial F}{\partial x_k^o} dx_k + \frac{\partial F}{\partial y_k^o} dy_k \quad (3.4.1.22)$$

Onde:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= x_i^o + dx_i \\ y_i &= y_i^o + dy_i \\ x_k &= x_k^o + dx_k \\ y_k &= y_k^o + dy_k \end{aligned} \right\} \quad (3.4.1.23)$$

Realizando a derivação parcial em relação às coordenadas:

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{(x_k - x_i)}{S_{ik}} \quad (3.4.1.24)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} = \frac{(y_k - y_i)}{S_{ik}} \quad (3.4.1.25)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_k} = \frac{(x_i - x_k)}{S_{ik}} \quad (3.4.1.26)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_k} = \frac{(y_i - y_k)}{S_{ik}} \quad (3.4.1.27)$$

Assim tem-se para a distância:

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_i^a} \Big|_{x_i^o} = \left[ \frac{(x_i^o - x_k^o)}{S_{ik}} \quad \frac{(y_i^o - y_k^o)}{S_{ik}} \quad \frac{(x_k^o - x_i^o)}{S_{ik}} \quad \frac{(y_k^o - y_i^o)}{S_{ik}} \right] \quad (3.4.1.28)$$

$$X = \begin{bmatrix} dx_i \\ dy_i \\ dx_k \\ dy_k \end{bmatrix} \quad (3.4.1.29)$$

$$L = [S_{ik}^C - S_{ik}^o] \quad (3.4.1.30)$$

$$V = [V_{S_{ik}}] \quad (3.4.1.31)$$

Moraes (1997) exprime a equação de observação do ângulo como:

$$F(x_j, y_j, x_i, y_i, x_k, y_k) = a_{jik}^o + V_{a_{jik}} = \arctg\left(\frac{x_k - x_i}{y_k - y_i}\right) - \arctg\left(\frac{x_j - x_i}{y_j - y_i}\right) \quad (3.4.1.32)$$

Sendo assim  $F(x_j, y_j, x_i, y_i, x_k, y_k)$  é igual a:

$$\begin{aligned} F(x_j^o, y_j^o, x_i^o, y_i^o, x_k^o, y_k^o) &+ \frac{\partial F}{\partial x_j^o} dx_j + \frac{\partial F}{\partial y_j^o} dy_j + \frac{\partial F}{\partial x_i^o} dx_i + \frac{\partial F}{\partial y_i^o} dy_i \\ &+ \frac{\partial F}{\partial x_k^o} dx_k + \frac{\partial F}{\partial y_k^o} dy_k \end{aligned} \quad (3.4.1.33)$$

De modo que calculando as derivadas parciais tem-se:

$$\frac{\partial F}{\partial x_j} = \frac{(y_i - y_j)}{S_{ij}^2} \quad (3.4.1.34)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_j} = \frac{(x_j - x_i)}{S_{ij}^2} \quad (3.4.1.35)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{(y_i - y_k)}{S_{ik}^2} - \frac{(y_i - y_j)}{S_{ij}^2} \quad (3.4.1.36)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_i} = \frac{(x_k - x_i)}{S_{ik}^2} - \frac{(x_j - x_i)}{S_{ij}^2} \quad (3.4.1.37)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x_k} = \frac{(y_k - y_i)}{S_{ik}^2} \quad (3.4.1.38)$$

$$\frac{\partial F}{\partial y_j} = \frac{(x_i - x_k)}{S_{ik}^2} \quad (3.4.1.39)$$

Segundo Moraes (1997) as expressões  $a_{jik}^C$ ,  $a_{jik}^o$  e  $V_{a_{jik}}$  são dadas em radianos então é preciso aplicar o fator de correção proposto na equação (3.4.1.14).

Tem-se:

$$A = \frac{\partial y}{\partial X_i^a} \Big|_{X_i^p} \quad (3.4.1.40)$$

$$A = \left[ \frac{(y_i - y_j)}{S_{ij}^2} \quad \frac{(x_j - x_i)}{S_{ij}^2} \quad \frac{(y_i - y_k)}{S_{ik}^2} - \frac{(y_i - y_j)}{S_{ij}^2} \quad \frac{(x_k - x_i)}{S_{ik}^2} - \frac{(x_j - x_i)}{S_{ij}^2} \quad \frac{(y_k - y_i)}{S_{ik}^2} \quad \frac{(x_i - x_k)}{S_{ik}^2} \right]$$

$$X = \begin{bmatrix} dx_j \\ dy_j \\ dx_i \\ dy_i \\ dx_k \\ dy_k \end{bmatrix} \quad (3.4.1.41)$$

$$L = [a_{jik}^c - a_{jik}^o] \quad (3.4.1.42)$$

$$V = [V_{a_{jik}}] \quad (3.4.1.43)$$

### 3.4.2. Adaptação do Método dos Correlatos

O modelo matemático deste método envolve apenas os valores observados. As coordenadas ajustadas são obtidas pelas formulas de transporte utilizando os valores observados ajustados. Diferentemente do método de variação de coordenadas a matriz variância covariância das coordenadas não é fornecida no processo de ajustamento, ela é obtida aplicando-se a lei de propagação de covariâncias (MORAES, 1997).

Segundo Moraes (1997) o ajustamento por este método fornece as correções das observações, de modo que estas tendem a minimizar a forma quadrática fundamental  $V^T P V$  e permitem que as observações ajustadas satisfaçam as equações de condição.

Como exposto por Moraes (1997) considerando uma poligonal de  $p$  lados, com um conjunto de observações que apresenta  $p$  distâncias e  $(p+1)$  ângulos apoiados nos pontos fixos 1 e  $(p+1)$  e nas direções fixas  $Az_0$  e  $Az_f$  tem-se as seguintes equações de condição:

$$f_1 = Az_0 + \sum_{i=1}^{p+1} a_i^a - p * 180^\circ - Az_f = 0 \quad i = 1, \dots, p + 1 \quad (3.4.1.44)$$



$$f_2 = x_1 + \sum_{i=1}^p \left[ S_{ik}^a * \text{sen} \left( Az_0 + \sum_{j=1}^i a_j^a - (i-1) * 180^\circ \right) \right] - x_{p+1} = 0 \quad (3.4.1.45)$$

$$f_3 = y_1 + \sum_{i=1}^p \left[ S_{ik}^a * \text{cos} \left( Az_0 + \sum_{j=1}^i a_j^a - (i-1) * 180^\circ \right) \right] - y_{p+1} = 0 \quad (3.4.1.46)$$

Assim sendo tem-se:

$$W = F(Lb) = \begin{bmatrix} Az_0 + \sum_{i=1}^{p+1} a_i - p * 180^\circ - Az_f = 0 \\ x_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} * \text{sen} Az_{ik}) - x_{p+1} \\ y_1 + \sum_{i=1}^p (S_{ik} * \text{cos} Az_{ik}) - y_{p+1} \end{bmatrix}_{Lb} = \begin{bmatrix} e_{Az} \\ e_x \\ e_y \end{bmatrix} \quad (3.4.1.47)$$

Sabendo que a matriz  $B$  trata-se de uma matriz estruturada com base nas equações de condição aplicadas num processo de diferenciação parcial em relação às observações, tem-se:

$$B = \left. \frac{\partial F}{\partial La} \right|_{Lb} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \sum_{i=1}^p (S_{ik} * \text{cos} Az_{ik}) & \sum_{i=2}^p (S_{ik} * \text{cos} Az_{ik}) & \dots & \sum_{i=p}^p (S_{ik} * \text{cos} Az_{ik}) & \text{sen} Az_{ik} & \dots & \text{sen} Az_{p,p+1} \\ -\sum_{i=1}^p (S_{ik} * \text{sen} Az_{ik}) & -\sum_{i=2}^p (S_{ik} * \text{sen} Az_{ik}) & \dots & -\sum_{i=p}^p (S_{ik} * \text{sen} Az_{ik}) & \text{cos} Az_{ik} & \dots & \text{cos} Az_{p,p+1} \end{bmatrix}_{Lb} \quad (3.4.1.48)$$

De modo que é necessário aplicar o fator de correção  $\rho$  exposto na equação (3.4.1.14) nas derivadas de  $f_2$  e  $f_3$  em relação aos ângulos. Segundo Moraes (1997) isso é necessário para que seja possível adicionar os resíduos aos ângulos do vetor  $Lb$ .

Então se tem que:

$$Lb = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_{p+1} \\ S_{12} \\ \vdots \\ S_{p,p+1} \end{bmatrix} \quad (3.4.1.49)$$

Segundo Moraes (1997) para o cálculo da MVC das coordenadas utiliza-se da Lei de Propagação de Covariâncias, sendo dada nesse método por:

$$\Sigma x^a = D * \Sigma L_a * D^T \quad (3.4.1.50)$$

Com  $D$  sendo uma matriz cujos elementos são derivadas parciais das coordenadas em relação aos valores observados ajustados, assim sendo:

$$D = \frac{\partial X}{\partial L_b} \Big|_{L_a} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial a_1} & \frac{\partial x_1}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial a_{p+1}} & \frac{\partial x_1}{\partial S_1} & \frac{\partial x_1}{\partial S_2} & \dots & \frac{\partial x_1}{\partial S_{p,p+1}} \\ \frac{\partial y_1}{\partial a_1} & \frac{\partial y_1}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial a_{p+1}} & \frac{\partial y_1}{\partial S_1} & \frac{\partial y_1}{\partial S_2} & \dots & \frac{\partial y_1}{\partial S_{p,p+1}} \\ \frac{\partial x_2}{\partial a_1} & \frac{\partial x_2}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial a_{p+1}} & \frac{\partial x_2}{\partial S_1} & \frac{\partial x_2}{\partial S_2} & \dots & \frac{\partial x_2}{\partial S_{p,p+1}} \\ \frac{\partial y_2}{\partial a_1} & \frac{\partial y_2}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial y_2}{\partial a_{p+1}} & \frac{\partial y_2}{\partial S_1} & \frac{\partial y_2}{\partial S_2} & \dots & \frac{\partial y_2}{\partial S_{p,p+1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial x_{p+1}}{\partial a_1} & \frac{\partial x_{p+1}}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial x_{p+1}}{\partial a_{p+1}} & \frac{\partial x_{p+1}}{\partial S_1} & \frac{\partial x_{p+1}}{\partial S_2} & \dots & \frac{\partial x_{p+1}}{\partial S_{p,p+1}} \\ \frac{\partial y_{p+1}}{\partial a_1} & \frac{\partial y_{p+1}}{\partial a_2} & \dots & \frac{\partial y_{p+1}}{\partial a_{p+1}} & \frac{\partial y_{p+1}}{\partial S_1} & \frac{\partial y_{p+1}}{\partial S_2} & \dots & \frac{\partial y_{p+1}}{\partial S_{p,p+1}} \end{bmatrix} \quad (3.4.1.51)$$

## **4. Materiais e Métodos**

### **4.1. Plataforma para o desenvolvimento do Software**

Levando em consideração os critérios de confiabilidade, dimensão dos códigos para a realização de certas tarefas, relação da linguagem com o meio científico e afinidade do autor, cogitaram-se as linguagens C/C++ e MATLAB, a segunda opção apresentou-se como a mais viável pela simplicidade do tratamento de matrizes que são base dos processos de ajustamento.

A MathWorks (2017) apresenta o MATLAB como uma linguagem baseada em cálculos de matriz, tornando muito mais simples a matemática computacional. Está presente em sistemas de segurança de automóveis, espaçonaves, dispositivos de monitoramento de saúde, redes elétricas inteligentes e nas redes de celulares.

Esta linguagem apresenta uma gama imensa de aplicações possíveis como usos para redes neurais de aprendizado de máquina, processamento de imagens e sinal, comunicação e robótica.

### **4.2. Softwares Comerciais**

Foram selecionados alguns dos softwares de topografia mais conhecidos do mercado para serem testados em relação ao resultado pós-ajustamento assim averiguando a qualidade do próprio ajustamento, são eles:

- TopoEVN 6.0:

Segundo Métrica Tecnologia (2008) o TopoEVN é um produto consagrado no mercado brasileiro, nele fundem-se novas tecnologias e experiência profissional dos desenvolvedores através das melhores técnicas de engenharia de software.

Ainda segundo Métrica Tecnologia (2008) o software TopoEVN é um sistema para cálculos, desenhos e projetos topográficos, no qual é automatizado todo o atendimento a projetos de georreferenciamento e de topografia. Sendo composto pelos módulos de planilha de cálculo e CAD.

- Topograph 98 SE:

Segundo Oliveira (2008) o sistema Topograph é um software completo com uma gama de recursos e aplicações, dividido em três módulos: Topografia, Volumes e Projeto.

O modulo de interesse pra esse trabalho é o modulo de Topografia, que segundo Oliveira (2008) é focado no processamento de elementos de topografia como o próprio nome diz. Esse modulo apresenta um conjunto de quatro aplicações, sendo estas: Cálculos, Fundiário, Desenhos e Curvas de Nível.

Segundo Oliveira (2008) a aplicação de Cálculos trabalha com poligonais fechadas, abertas ou enquadradas que podem ser ajustadas pelo método da compensação de projeções ou pelo método dos mínimos quadrados.

- DataGeosis Office:

Segundo Borges (2004) o DataGeosis é um software completo de topografia, tendo funções como cálculos topográficos e geodésicos, cálculo e divisão de áreas, curvas de nível, edição de desenhos, perfis transversais e longitudinais, projeto geométrico de rodovias, cálculos de volumes, mapa de declividades, área de inundação, entre outras funções.

Segundo Borges (2004) foi desenvolvido para Windows, utilizando programação orientada a objeto, o DataGeosis é um software funcional, preciso e ágil.

#### 4.3. Poligonal Teórica base para o desenvolvimento

A poligonal exposta em Moraes (1997) foi utilizada para validação do software desenvolvido no MATLAB, e é apresentada na Figura 1 com os dados na Tabela 1, tendo as seguintes características:

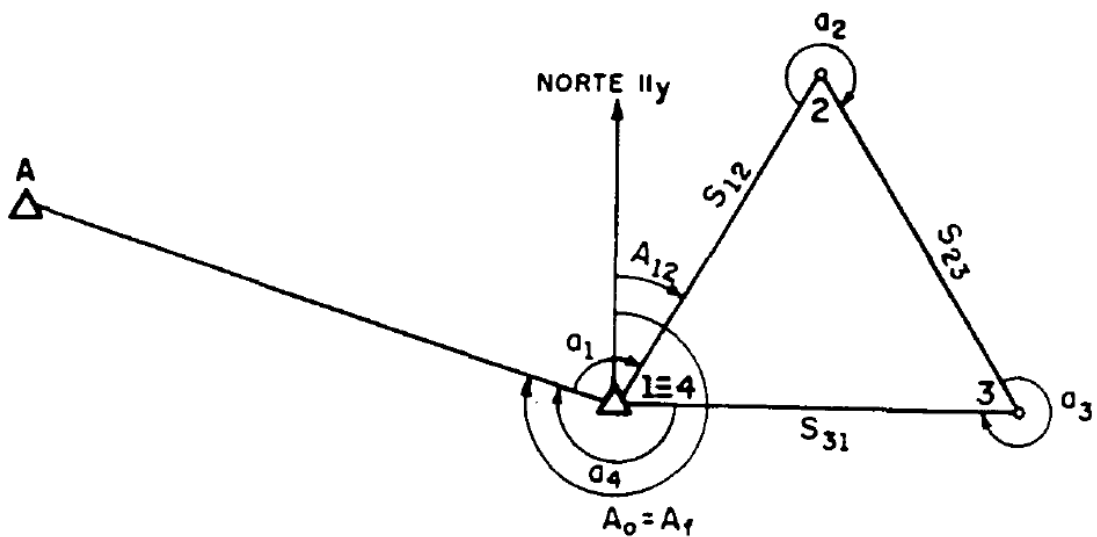
As coordenadas fixas do ponto 1  $\equiv (p + 1)$  valem  $x = y = 10.000,000$  m;

O azimute fixo da linha 1-A é de  $315^{\circ}00'00''$ ;

E os desvios-padrão das distâncias  $S_{ik}$  são dados por  $\sigma_S = (5 \text{ mm} + 5 \text{ ppm})$ ;

E o desvios-padrão dos ângulos  $a_i$  valem  $\sigma_a = 0,8''$ .

**Figura 1 - Poligonal Topográfica Fechada com Dados Observados**



Fonte: MORAES (1997, p 14)

**Tabela 1: Dados Observados e Calculados Provisoriamente**

Ponto i	Ângulo $a_i$ Observado	$\sigma_a^2$ ( $''$ ) <sup>2</sup>	Linha ik	Distância $S_{ik}$ Observada (m)	$\sigma_S^2$ (m <sup>2</sup> )	Azimute $Az_{ik}$ Provisório	Ponto i	Coordenas Provisórias	
								x (m)	y (m)
1	90°00'01,0"	0,64							
2	300°00'00,1"	0,64	1-2	1.000,000	0,0001	45°00'01,0"	2	10.707,11021	10.707,10335
3	300°00'00,8"	0,64	2-3	1.000,005	0,0001	165°00'01,1"	3	10.965,92540	9.741,17132
4	210°00'00,0"	0,64	3-4	1.000,010	0,0001	285°00'01,9"	4	9.999,99230	10.000,00185
			4-A			315°00'01,9"			
						$e_a = + 1,9''$		$e_x = -0,00770$	$e_y = 0,00185$

Fonte: MORAES (1997, p14)

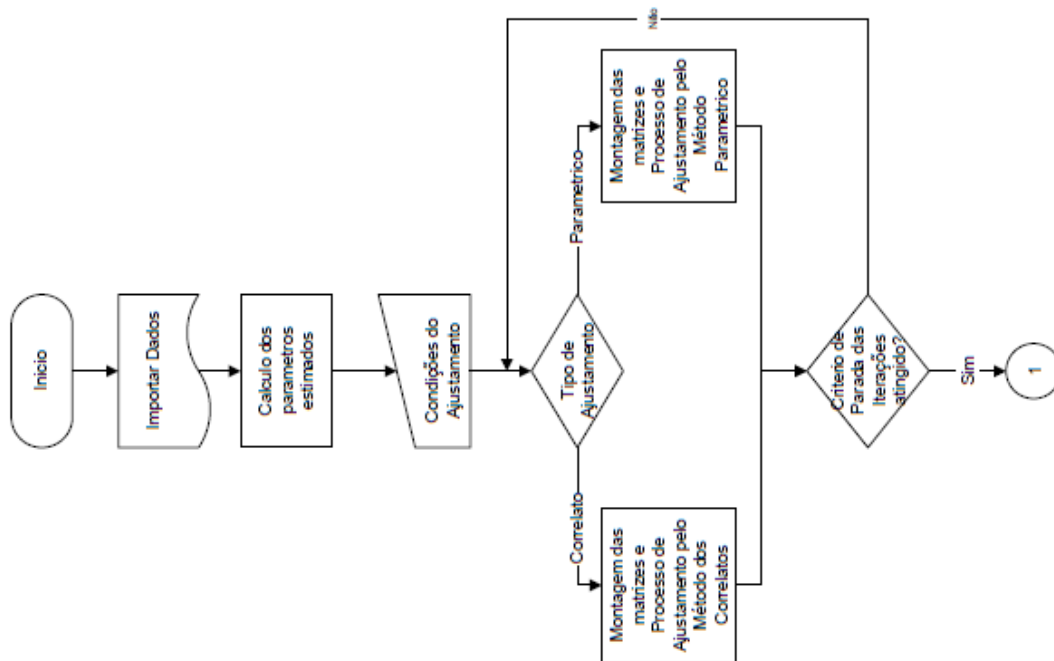
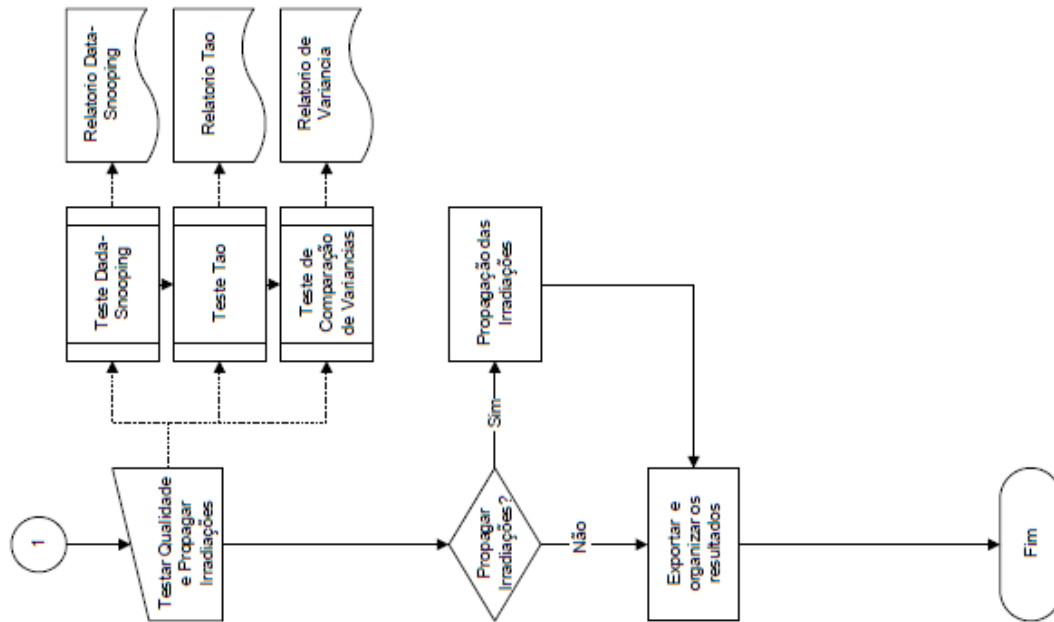
#### 4.4. Desenvolvimento do *Software*

Para desenvolver o software a adaptação das equações de uma linguagem literal para a linguagem lógica de programação de modo a ser compilado pelo *software* MathWorks MATLAB R2013b apresentou-se como de fundamental importância. Adaptaram-se as equações pertencentes ao método paramétrico e as do método dos correlatos.

Com as equações adaptadas para o código MATLAB havia a necessidade de desenvolver uma rotina capaz de compreender os dados de entrada, então foi inserido no código de uma gama de equações de condição, estruturas de repetição e funções especiais de modo a permitir assim estruturar os dados da poligonal para que pudessem ser enquadrados nas estruturas das matrizes e vetores dos métodos transcritos.

A sequência lógica implementada antes da inserção de elementos gráficos de uma interface de usuário está representada no fluxograma contido na figura 2.

Figura 2: Fluxograma da Rotina Implementada no MATLAB



Com a sequência lógica elaborada foram dados os primeiros passos para a uma etapa de desenvolvimento da interface gráfica pra usuário, de modo que esta fosse instintiva e amigável.

Em outras linguagens de programação como C#, Visual Basic, entre outras, essa etapa viria a ser demasiadamente mais simples, em contra partida, a parte de cálculo seria computacionalmente mais dispendiosa.

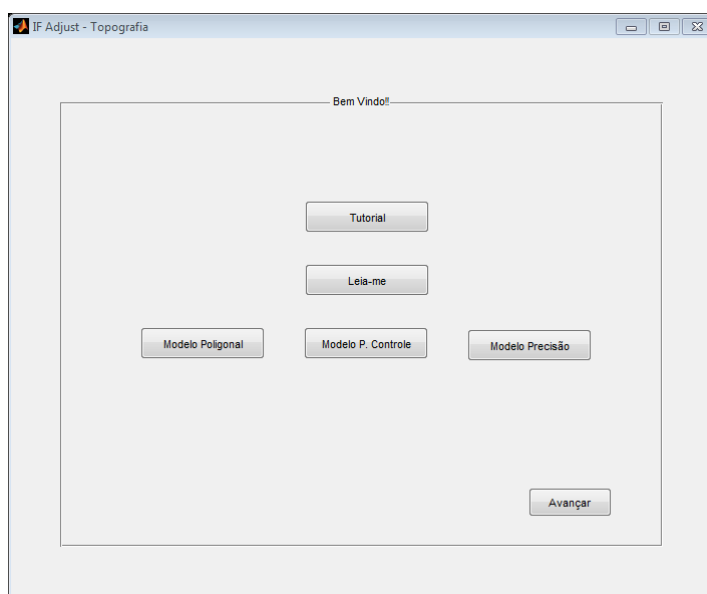
O grande desafio dessa etapa era fazer múltiplas janelas sequenciais apresentarem uma comunicação, visto que o MATLAB não apresenta condições para isso, pois trata-se de um software com suporte relativamente básico para uma estrutura orientada a objeto.

Apesar do suporte ser limitado em relação ao desenvolvimento de interfaces gráficas mais elaboradas, existem diversas opções que permitem a realização simples de uma gama de tarefas, como importar/exportar, funções de *checkbox*, e outras mais complexas como abas e janelas de aviso.

Através da ferramenta GUIDE, que é uma opção que permite desenvolver janelas estáticas de aplicações de modo intuitivo, foram testadas diversas opções de interface de adotando-se um dos modelos para a programação da rotina proposta.

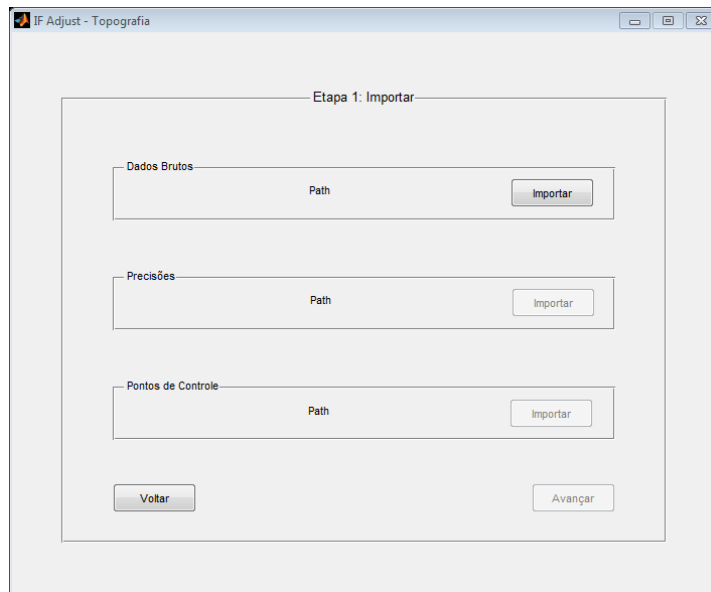
As figura 3, 4, 5, 6 e 7 correspondem às imagens da interface implementada.

**Figura 3: Tela Inicial do software desenvolvido no MATLAB (IF\_Adjust)**

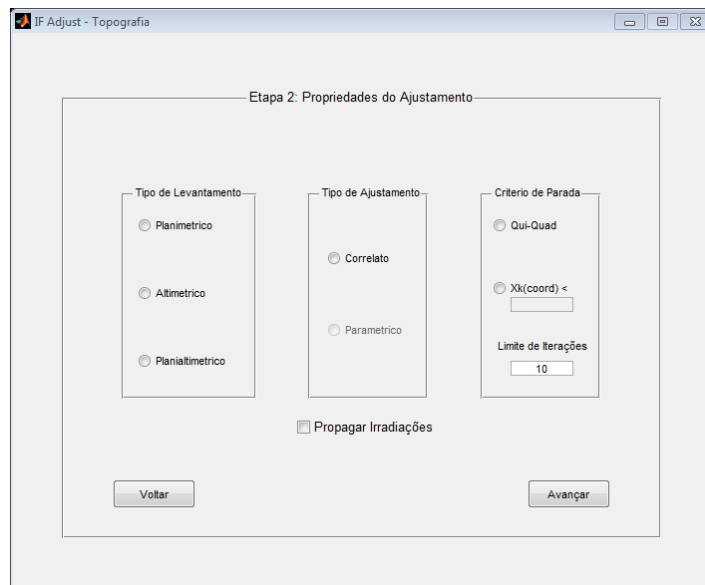




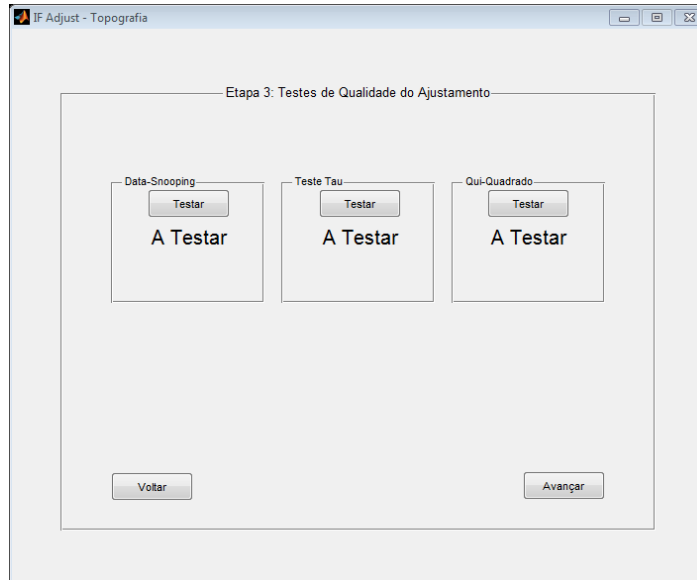
**Figura 4: Tela de Importação dos Dados no IF\_Adjust**



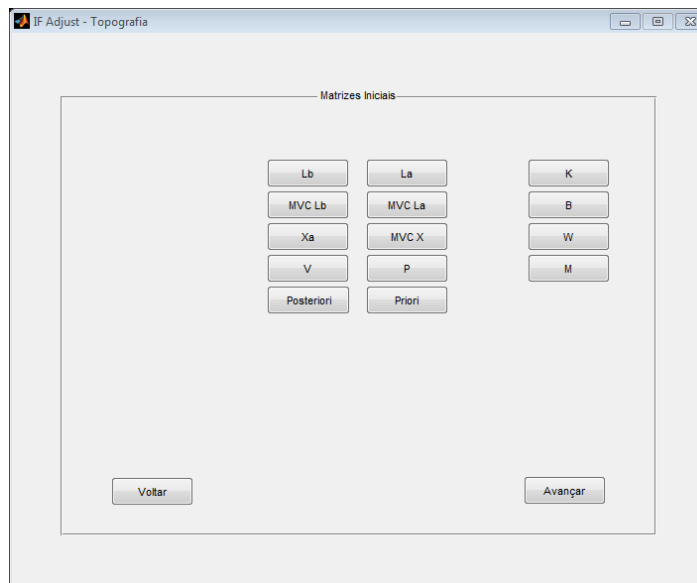
**Figura 5: Opções de Ajustamento no IF\_Adjust**



**Figura 6: Testes Estatísticos do Ajustamento do IF\_Adjust**



**Figura 7: Visualização das Matrizes e Vetores do Ajustamento no IF\_Adjust**



Após a construção interface gráfica de usuário iniciou-se o processo de desenvolvimento do código lógico seguindo os parâmetros pré-estabelecidos pelo fluxograma anteriormente na figura 2.

A implementação apresentou complicações devido a formatos de variáveis, equações mal implementadas e estruturação de matrizes dentro de estruturas de repetição com comparadores e condições não funcionais.

Devido ao exposto acima resolveu-se dividir o software em três versões de desenvolvimento: Alfa, Beta e Gama. A versão Alfa prevê o ajustamento pelo método dos correlatos, os testes estatísticos de Baarda e Qui-Quadrado. A versão Beta conterà os elementos da versão Alfa somada à propagação de irradiações e o ajustamento pelo método paramétrico. E a última versão Gama, todos os elementos de Beta somado ao teste estatístico Tau, exportar em mais de um formato os resultados e o tutorial de uso do programa desenvolvido.

A versão Alfa, ou seja, a versão inicial apresentou ser um enorme desafio, pois foi necessário criar condições para a estruturação dos dados de forma correta e separação dos dados que não são utilizados no processo de ajustamento.

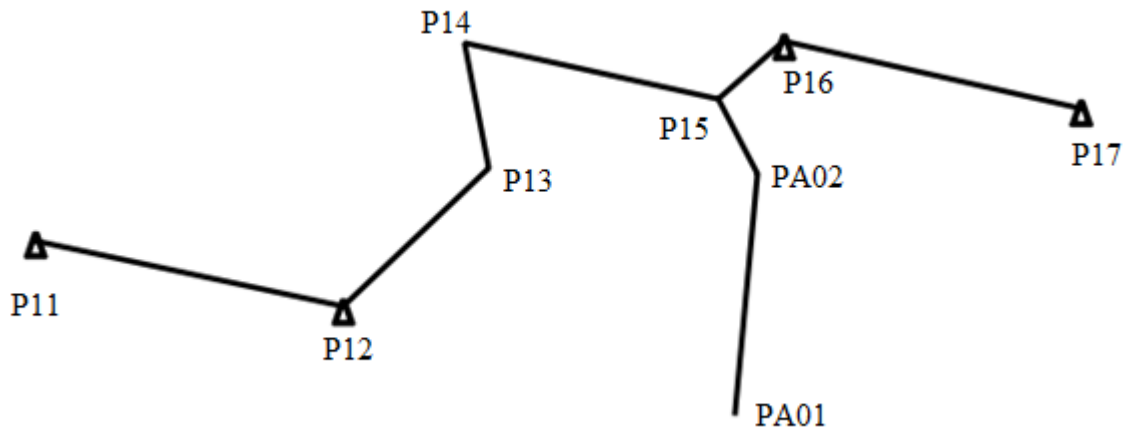
Com a versão Alfa implementada realizou-se um teste utilizando a poligonal descrita no tópico (4.3) e foram constatados grandes problemas em relação às condições de estruturação das matrizes B e A, por este motivo optou-se assim para tornar o código menos complexo e eliminar o multicaminhamento das poligonais na versão utilizada para a realização dos testes.

A versão Beta e Gama ainda estão em fase de desenvolvimento.

#### 4.5. Poligonal para testes nos softwares

A poligonal foi levantada com uma estação total Leica TS06, de forma enquadrada com dados de ângulos e distâncias obtidas pelo método das direções com uma serie de leitura.

**Figura 8: Croqui da Poligonal de Teste**



A Estação TS06 apresenta os seguintes desvios-padrão:

- Linear:  $(2 + 2\text{ppm})$  mm
- Angular:  $5''$

**Tabela 2: Pontos de Apoio da Poligonal**

Ponto	Tipo	X (m)	Y (m)	h (m)
P11	Marco	149.909,347	250.019,705	859,957
P12	Marco	150.000,000	250.000,000	864,435
P16	Marco	150.129,871	250.077,962	862,003
P17	Marco	150.217,347	250.058,533	863,364

**Tabela 3: Dados Não Tratados da Poligonal Levantada com a TS06**

Tipo	Ponto de Ré	Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Ângulo Vertical	Distância Inclinação (m)	Altura do Instrumento (m)	Altura do Prisma (m)
Ré	P11	P12	P11	$0^{\circ}00'12''$	$92^{\circ}40'50''$	92,875	1,651	1,8
Ré Inv.	P11	P12	P11	$180^{\circ}00'20''$	$267^{\circ}19'45''$	92,876	1,651	1,8
Vante	P11	P12	P13	$124^{\circ}27'59''$	$91^{\circ}44'46''$	58,976	1,651	1,8
Vante Inv.	P11	P12	P13	$304^{\circ}27'33''$	$268^{\circ}14'52''$	58,975	1,651	1,8
Irrad.	P11	P12	1	$183^{\circ}25'21''$	$87^{\circ}38'12''$	15,974	1,651	1,5
Irrad.	P11	P12	2	$183^{\circ}31'14''$	$88^{\circ}08'43''$	15,991	1,651	1,5
Irrad.	P11	P12	3	$168^{\circ}00'55''$	$89^{\circ}31'44''$	12,462	1,651	1,5
Irrad.	P11	P12	4	$168^{\circ}00'53''$	$89^{\circ}55'51''$	12,448	1,651	1,5
Irrad.	P11	P12	5	$126^{\circ}21'41''$	$92^{\circ}02'47''$	20,581	1,651	1,5
Ré	P12	P13	P12	$206^{\circ}40'15''$	$87^{\circ}57'43''$	58,99	1,642	1,8

Ré Inv.	P12	P13	P12	26°40'16"	272°02'16"	58,993	1,642	1,8
Vante	P12	P13	P14	329°24'39"	93°29'01"	38,362	1,642	1,8
Vante Inv.	P12	P13	P14	149°24'39"	266°31'04"	38,36	1,642	1,8
Irrad.	P12	P13	6	18°02'45"	89°37'28"	20,244	1,642	1,5
Irrad.	P12	P13	7	18°22'46"	89°40'24"	20,149	1,642	1,5
Irrad.	P12	P13	8	18°34'41"	89°41'24"	19,896	1,642	1,5
Irrad.	P12	P13	9	18°18'31"	89°39'23"	19,584	1,642	1,5
Irrad.	P12	P13	10	15°10'48"	89°22'26"	17,769	1,642	1,5
Ré	P13	P14	P13	324°49'03"	86°25'11"	38,362	1,597	1,5
Ré Inv.	P13	P14	P13	144°48'54"	273°34'34"	38,362	1,597	1,5
Vante	P13	P14	P15	258°25'56"	88°25'54"	76,608	1,597	1,8
Vante Inv.	P13	P14	P15	78°25'42"	271°34'01"	76,608	1,597	1,8
Irrad.	P13	P14	11	49°18'57"	90°57'13"	19,716	1,597	1,8
Irrad.	P13	P14	12	35°48'12"	90°13'47"	16,375	1,597	1,8
Irrad.	P13	P14	13	40°37'58"	90°09'25"	19,214	1,597	1,8
Irrad.	P13	P14	14	15°02'39"	88°25'12"	22,918	1,597	1,8
Irrad.	P13	P14	15	357°58'44"	87°43'21"	29,985	1,597	1,8
Ré	P14	P15	P14	300°21'14"	91°15'39"	76,589	1,612	1,8
Ré Inv.	P14	P15	P14	120°20'52"	268°44'02"	76,589	1,612	1,8
Vante	P14	P15	P16	65°39'59"	89°24'16"	25,924	1,612	1,8
Vante Inv.	P14	P15	P16	245°39'46"	270°36'27"	25,923	1,612	1,8
Aux.	P14	P15	PA02	178°56'40"	85°12'34"	25,63	1,612	1,8
Aux. Inv.	P14	P15	PA02	358°56'44"	274°47'26"	25,63	1,612	1,8
Ré	P15	P16	P15	65°39'49"	89°24'31"	25,924	1,592	1,8
Ré Inv.	P15	P16	P15	245°39'12"	270°35'57"	25,923	1,592	1,8
Aux.	P15	P16	PA02	178°56'59"	85°12'20"	25,63	1,592	1,8
Aux. Inv.	P15	P16	PA02	358°56'05"	274°47'51"	25,63	1,592	1,8
Ré	P17	P16	P17	348°29'23"	88°58'45"	89,62	1,592	1,8
Ré Inv.	P17	P16	P17	168°29'10"	271°01'20"	89,62	1,592	1,8
Vante	P17	P16	P15	114°20'04"	89°40'39"	25,925	1,592	1,8
Vante Inv.	P17	P16	P15	294°19'50"	270°18'36"	25,926	1,592	1,8
Ré	P15	P16	P15	114°19'48"	89°41'17"	25,926	1,592	1,8
Ré Inv.	P15	P16	P15	294°19'19"	270°18'57"	25,925	1,592	1,8
Vante	P15	P16	P17	348°28'39"	88°58'47"	89,62	1,592	1,8
Vante Inv.	P15	P16	P17	168°29'07"	271°01'30"	89,62	1,592	1,8
Ré	P15	PA02	P15	86°08'25"	93°45'20"	25,596	1,54	1,8
Ré Inv.	P15	PA02	P15	266,0807	266°14'58"	25,596	1,54	1,8
Aux.	P15	PA02	PA01	331°00'38"	87°14'33"	71,375	1,54	1,8
Aux. Inv.	P15	PA02	PA01	151°00'33"	272°45'55"	71,373	1,54	1,8

Os dados foram tratados utilizando as fórmulas para o cálculo do ângulo das leituras em posição inversa e posição direta em conjunto com o cálculo das médias das distâncias horizontais e verticais obtidas nas visadas de ré e vante que envolvem os mesmos pontos.

Com as médias calculadas é necessário recalcular novos ângulos zenitais e novas distâncias inclinadas.

As equações utilizadas nessa etapa do tratamento são:

$$\alpha_{inv} = \alpha_{vante_{inv}} - \alpha_{Ré_{inv}} \quad (4.5.1.1)$$

$$\alpha_{dir} = \alpha_{vante_{dir}} - \alpha_{Ré_{dir}} \quad (4.5.1.2)$$

$$\alpha = \frac{(\alpha_{dir} + \alpha_{inv})}{2} \quad (4.5.1.3)$$

$$DN_{inv} = DI_{inv} * \cos(360 - Z_{inv}) + h_{inst} - h_{prisma} \quad (4.5.1.4)$$

$$DN_{dir} = DI_{dir} * \cos(Z_{inv}) + h_{inst} - h_{prisma} \quad (4.5.1.5)$$

$$DN = \frac{(DN_{inv} + DN_{dir})}{2} \quad (4.5.1.6)$$

$$DN^{ik} = \frac{(DN_{Vante}^{ik} - DN_{Ré}^{ki})}{2} \quad (4.5.1.7)$$

$$DH_{inv} = DI_{inv} * \sen(360 - Z_{inv}) \quad (4.5.1.8)$$

$$DH_{dir} = DI_{dir} * \sen(Z_{inv}) \quad (4.5.1.9)$$

$$DH = \frac{(DH_{inv} + DH_{dir})}{2} \quad (4.5.1.10)$$

$$DH^{ik} = \frac{(DH_{Vante}^{ik} + DH_{Ré}^{ki})}{2} \quad (4.5.1.11)$$

$$DI = \sqrt{DH^2 + (DN - h_{inst} + h_{prisma})^2} \quad (4.5.1.12)$$

$$Z = \arctg\left(\frac{DH}{DN - h_{inst} + h_{prisma}}\right) \quad \text{Se } Z < 0: Z = Z + 180^\circ \quad (4.5.1.13)$$

Após a aplicação desta sequência de tratamento nos dados, os quais são reduzidos para apenas uma única leitura, permitindo assim que o software desenvolvido no MATLAB seja capaz de reconhecer e processar os dados de modo correto.

**Tabela 4: Dados Tratados da Poligonal Levantada com a TS06**

Tipo	PV	Est.	Ré	Ângulo Zenital	Ângulo Horizontal	Distância Inclinada	$h_i$ (m)	$h_p$ (m)	DH (m)	DN (m)
Vante	P13	P12	P11	91°44'40,28"	124°27'30"	58,97844	1,651	1,8	58,95110	-1,94448
Irrad.	1	P12	P11	87°38'12"	183°25'09"	15,97400	1,651	1,5	15,96041	0,80971
Irrad.	2	P12	P11	88°08'43"	183°31'02"	15,99100	1,651	1,5	15,98262	0,66855
Irrad.	3	P12	P11	89°31'44"	168°00'43"	12,46200	1,651	1,5	12,46158	0,25347
Irrad.	4	P12	P11	89°55'51"	168°00'41"	12,44800	1,651	1,5	12,44799	0,16603
Irrad.	5	P12	P11	92°02'47"	126°21'29"	20,58100	1,651	1,5	20,56787	-0,58392
Vante	P14	P13	P12	93°29'06,31"	122°44'23,5"	38,35962	1,642	1,8	38,28868	-2,48983
Irrad.	6	P13	P12	89°37'28"	171°22'30"	20,24400	1,642	1,5	20,24357	0,27469
Irrad.	7	P13	P12	89°40'24"	171°42'31"	20,14900	1,642	1,5	20,14867	0,25688
Irrad.	8	P13	P12	89°41'24"	171°54'26"	19,89600	1,642	1,5	19,89571	0,24965
Irrad.	9	P13	P12	89°39'23"	171°38'16"	19,58400	1,642	1,5	19,58365	0,25945
Irrad.	10	P13	P12	89°22'26"	168°30'33"	17,76900	1,642	1,5	17,76794	0,33617
Vante	P15	P14	P13	88°26'17,69"	293°36'50,49"	76,60331	1,597	1,8	76,57485	1,88477
Irrad.	11	P14	P13	90°57'12"	84°29'54"	19,71600	1,597	1,8	19,71327	-0,53104
Irrad.	12	P14	P13	90°13'47"	70°59'09"	16,37500	1,597	1,8	16,37487	-0,26865
Irrad.	13	P14	P13	90°09'25"	75°48'55"	19,21400	1,597	1,8	19,21393	-0,25563
Irrad.	14	P14	P13	88°25'12"	50°13'36"	22,91800	1,597	1,8	22,90929	0,42891
Irrad.	15	P14	P13	87°43'21"	33°09'41"	29,98500	1,597	1,8	29,96131	0,98859
Vante	P16	P15	P14	89°25'06,96"	125°18'49,5"	25,92493	1,612	1,8	25,92359	0,07507
Aux.	PA02	P15	P14	85°13'42,51"	238°25'39"	25,62984	1,612	1,8	25,54079	1,94394
Vante	P17	P16	P15	88°58'38,5"	234°09'19,51"	89,62000	1,592	1,8	89,60573	1,39149
Aux.	PA02	P16	P15	85°12'12,57"	113°17'01,5"	25,62984	1,592	1,8	25,54069	1,93514
Aux.	PA01	PA02	P15	87°12'19"	244°52'18"	71,37356	1,54	1,8	71,29112	3,17856

#### 4.6. Processamento dos dados nos softwares Comerciais e no Software Desenvolvido

Como o objetivo deste trabalho é analisar a qualidade do ajustamento dos cálculos topográficos dos softwares comerciais tomando como base os resultados obtidos pela aplicação desenvolvida no MATLAB não será colocado o passo-a-passo dos procedimentos realizados, sendo assim serão apenas citados os formatos de entrada e os erros de fechamento encontrados em cada um.

A sequência do processamento dos dados foi realizada conforme os tutoriais e manuais de uso dos softwares comerciais analisados, utilizando os dados não tratados já que o tratamento interno no software é um fator importante para a qualidade dos dados utilizados no processo de ajustamento.

Como os métodos paramétrico e correlato teoricamente apresentam o mesmo resultado para as coordenadas e suas precisões, então se espera que todos os softwares apresentem resultados semelhantes.



## 5. Resultados e Discussões

### 5.1. Validação da rotina desenvolvida no MATLAB (IF\_Adjust)

O processo de validação da rotina desenvolvida no MATLAB deu-se através do processamento de dados da poligonal teoria proposta com Moraes (1997).

Para confirmar que o ajustamento e a montagem das matrizes estavam sendo realizados de modo correto, comparou-se as matrizes expostas por Moraes (1997) em sua tese de mestrado, com as matrizes geradas durante o processo no IF\_Adjust.

#### 5.1.1. Versão Alfa: Método dos Correlatos

Para validar essa versão da rotina realizou-se o ajustamento pelo método dos correlatos com a seleção para o tipo de levantamento planimétrico e com critério de parada pelo teste Qui-Quadrado, por ser o principal teste indicador da qualidade do ajustamento. Gerando as seguintes matrizes:

a) Vetor erro de Fechamento (W):

$$\begin{bmatrix} 1,8999E+00 \\ 1,8478E-03 \\ -7,7041E-03 \end{bmatrix}$$

b) Matriz das derivadas parciais em relação às observações (B):

$$\begin{bmatrix} 1,00000E+00 & 1,00000E+00 & 1,00000E+00 & 1,00000E+00 & 0,00000E+00 & 0,00000E+00 & 0,00000E+00 \\ 3,73506E-08 & 3,42820E-03 & 4,68298E-03 & 0,00000E+00 & 7,07103E-01 & -9,65927E-01 & 2,58828E-01 \\ 8,95841E-09 & -3,42812E-03 & 1,25485E-03 & 0,00000E+00 & 7,07110E-01 & 2,58814E-01 & -9,65923E-01 \end{bmatrix}$$

c) Matriz das equações normais (M):

$$\begin{bmatrix} 2,5600E+00 & 5,1912E-03 & -1,3909E-03 \\ 5,1912E-03 & 1,7156E-04 & -3,7613E-06 \\ -1,3909E-03 & -3,7613E-06 & 1,5853E-04 \end{bmatrix}$$

d) Vetor das equações normais (K):

$$\begin{bmatrix} -7,44860E-01 \\ 1,26968E+01 \\ 4,23634E+01 \end{bmatrix}$$

e) Vetor dos resíduos (V):

$$\begin{bmatrix} -4,76710E-01 \\ -5,41798E-01 \\ -4,04635E-01 \\ -4,76711E-01 \\ 3,89335E-03 \\ -1,29999E-04 \\ -3,76338E-03 \end{bmatrix}$$

f) Vetor das observações (Lb):

$$\begin{bmatrix} 9,0000278E+01 \\ 3,0000003E+02 \\ 3,0000022E+02 \\ 2,1000000E+02 \\ 1,0000000E+03 \\ 1,0000050E+03 \\ 1,0000100E+03 \end{bmatrix}$$

g) Vetor das observações ajustadas ( $L_a$ ):

9,0000145E+01
2,9999988E+02
3,0000011E+02
2,0999987E+02
1,0000039E+03
1,0000049E+03
1,0000062E+03

h) Matriz variância-covariância das observações ajustadas ( $\Sigma L_a$ ):

2,684764E-01	-8,521906E-02	-8,521900E-02	-9,803833E-02	2,385331E-04	-4,770651E-04	2,385338E-04
-8,521906E-02	2,597261E-01	-8,928800E-02	-8,521902E-02	2,499230E-04	4,770670E-04	-7,269957E-04
-8,521900E-02	-8,928800E-02	2,597258E-01	-8,521884E-02	-7,269967E-04	4,770708E-04	2,499280E-04
-9,803833E-02	-8,521902E-02	-8,521884E-02	2,684762E-01	2,385406E-04	-4,770727E-04	2,385339E-04
2,385331E-04	2,499230E-04	-7,269967E-04	2,385406E-04	2,112424E-05	1,775403E-05	1,838979E-05
-4,770651E-04	4,770670E-04	4,770708E-04	-4,770727E-04	1,775403E-05	2,176020E-05	1,775410E-05
2,385338E-04	-7,269957E-04	2,499280E-04	2,385339E-04	1,838979E-05	1,775410E-05	2,112431E-05

i) Matriz variância-covariância dos resíduos ( $\Sigma V$ ):

9,803823E-02	8,521906E-02	8,521900E-02	9,803833E-02	-2,385331E-04	4,770651E-04	-2,385338E-04
8,521906E-02	1,067885E-01	8,928800E-02	8,521902E-02	-2,499230E-04	-4,770670E-04	7,269957E-04
8,521900E-02	8,928800E-02	1,067888E-01	8,521884E-02	7,269967E-04	-4,770708E-04	-2,499280E-04
9,803833E-02	8,521902E-02	8,521884E-02	9,803843E-02	-2,385406E-04	4,770727E-04	-2,385339E-04
-2,385331E-04	-2,499230E-04	7,269967E-04	-2,385406E-04	3,614367E-05	-1,775403E-05	-1,838979E-05
4,770651E-04	-4,770670E-04	-4,770708E-04	4,770727E-04	-1,775403E-05	3,550800E-05	-1,775410E-05
-2,385338E-04	7,269957E-04	-2,499280E-04	-2,385339E-04	-1,838979E-05	-1,775410E-05	3,614417E-05

j) Matriz variância-covariância das coordenadas ajustadas ( $\Sigma xy$ ):

1,4873822E-05	7,4068993E-06	1,3140298E-05	-4,3613361E-06
7,4068993E-06	1,2560856E-05	1,2403955E-05	-7,9016218E-07
1,3140298E-05	1,2403955E-05	2,0710247E-05	-2,7020358E-06
-4,3613361E-06	-7,9016218E-07	-2,7020358E-06	6,7246743E-06

As matrizes de Moraes (1997) utilizadas como critério de comparação para a identificação de possíveis problemas são:

a) Vetor erro de fechamento:

$$\begin{bmatrix} 1,9'' \\ 0,0018478 \text{ m} \\ 0,007704125 \text{ m} \end{bmatrix}$$

Fonte: MORAES (1997, p54)

b) Matriz das derivadas parciais em relação às observações:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3,73506520098\text{E-}8 & 3,428204386\text{E-}3 & 4,68297582586\text{E-}3 & 0 & 7,07103353028\text{E-}1 & -9,65927206547\text{E-}1 & 2,58827942682\text{E-}1 \\ 8,95841628837\text{E-}9 & -3,42812483665\text{E-}3 & 1,25484582499\text{E-}3 & 0 & 7,07110209329\text{E-}1 & 2,58813893857\text{E-}1 & -9,65923442146\text{E-}1 \end{bmatrix}$$

Fonte: MORAES (1997, p55)

c) Matriz das equações normais:

$$\begin{bmatrix} 2,56 & 5,19117924001\text{E-}3 & -1,39089283408\text{E-}3 \\ & 1,71557265068\text{E-}4 & -3,76091184466\text{E-}6 \\ \text{simétrica} & & 1,5852883147\text{E-}4 \end{bmatrix}$$

Fonte: MORAES (1997, p56)

d) Vetor das equações normais:

$$\begin{bmatrix} -7,44921221978\text{E-}1 \\ 12,6986379057 \\ 42,3631323454 \end{bmatrix}$$

Fonte: MORAES (1997, p56)

e) Vetor dos resíduos:

$$\begin{pmatrix} -0,4767'' \\ -0,5418'' \\ -0,4047'' \\ -4767'' \\ +0,003893 \text{ m} \\ -0,000130 \text{ m} \\ -0,003763 \text{ m} \end{pmatrix}$$

Fonte: MORAES (1997, p56)

f) Vetor das observações ajustadas:

$$\begin{pmatrix} 90^{\circ}00'00,523'' \\ 299^{\circ}59'59,5582'' \\ 300^{\circ}00'00,3953'' \\ 209^{\circ}59'59,5233'' \\ 1000,003893 \text{ m} \\ 1000,004870 \text{ m} \\ 1000,006237 \text{ m} \end{pmatrix}$$

Fonte: MORAES (1997, p57)

g) Matriz variância-covariância dos valores ajustados:

$$\begin{pmatrix} 0,268511 & -0,085230 & -0,085230 & -0,098051 & 0,000239 & -0,000477 & 0,000239 \\ & 0,259759 & -0,089299 & -0,085230 & 0,000250 & 0,000477 & -0,000727 \\ & & 0,2599759 & -0,085230 & -0,000727 & 0,000477 & 0,000250 \\ & & & 0,268510 & 0,000239 & -0,000477 & 0,000239 \\ & & & & 0,000021 & 0,000018 & 0,000018 \\ & & & & & 0,000022 & 0,000018 \\ \text{simétrica} & & & & & & 0,000021 \end{pmatrix}$$

Fonte: MORAES (1997, p59)

h) Matriz variância-covariância dos resíduos:

0,098051	0,085230	0,085230	0,098051	-0,000239	0,000477	-0,000239
	0,106802	0,089299	0,085230	-0,000250	-0,000477	0,000727
		0,106802	0,085230	0,000727	-0,000477	-0,000250
			0,098051	-0,000239	0,000477	-0,000239
				0,000036	-0,000018	-0,000018
					0,000036	-0,000018
simétrica						0,000036

Fonte: MORAES (1997, p59)

i) Matriz variância-covariância das coordenadas ajustadas:

0,000014876	0,000007408	0,000013142	-0,000004362
	0,000012562	0,000012405	-0,000000790
		0,000020713	-0,000002702
simétrica			0,000006726

Fonte: MORAES (1997, p61)

Após uma comparação matricial ficou claro que a rotina de processamento mesmo que com pequenas variações estava sendo realizada de forma correta e confiável, podendo assim ser aplicada em outras poligonais.

## 5.2. Resultados obtidos nos diversos softwares

### 5.2.1. IF\_Adjust: Rotina do MATLAB

Processando os dados tratados na rotina desenvolvida, chegou-se aos seguintes valores de erro de fechamento antes do ajustamento:

- Erro Angular: 0°01'20,47"
- Erro no Eixo X: 0,01649m
- Erro no Eixo Y: -0,01492m
- Erro Altimétrico: -0,0424m

O processo de ajustamento pelo método dos correlatos apresentou apenas uma iteração para o planimétrico enquanto que para o altimétrico não foi necessário realizar

nenhuma por se tratar de um sistema linear, os processos apresentaram os seguintes fatores de variância *a posteriori*:

- Processamento Inicial:
  - Planimétrico: 20,9926
  - Altimétrico: 13,4981
- 1ª Iteração:
  - Planimétrico: 0,6693

O teste estatístico Qui-Quadrado apresentou os seguintes valores considerando um nível de significância de 5%:

- Planimétrico (3 graus de liberdade):
  - Limite Superior: 9,3484
  - Limite Inferior: 0,2158
- Altimétrico (1 grau de liberdade):
  - Limite Superior: 5.0239
  - Limite Inferior: 0,00098

Após o ajustamento chegou-se aos seguintes erros de fechamento:

- Erro Angular: 0°00'00"
- Erro no Eixo X: 0,00273m
- Erro no Eixo Y: 0,00071m
- Erro Altimétrico: 0,000m

A rotina chegou aos seguintes valores para as coordenadas ajustadas e seus respectivos desvios padrão:

**Tabela 5: Coordenadas Ajustadas pela Rotina do MATLAB**

Ponto	X(m)	Sigma X(m)	Y(m)	Sigma Y(m)	h(m)	Sigma h(m)
P13	150.042,9113	0,001157	250.040,4127	0,001151	862,5012	0,018405
P14	150.035,9035	0,001616	250.078,0516	0,001516	860,0219	0,021236
P15	150.110,4963	0,001995	250.060,7421	0,001699	861,9174	0,018354

Através do ajustamento foi possível obter novos valores para as observações:

**Tabela 6: Valores pras Observações Angulares pelo IF\_Adjust**

Alinhamento	Azimutes Ajustados	Ângulo horizontal	
		Ajustado	Observado
P12-P13	43°43'03,29"	124°27'01,48"	124°27'30"
P13-P14	349°27'11,6"	122°44'08,36"	122°44'23,5"
P14-P15	103°03'51,98"	293°36'40,3"	293°36'50,4"
P15-P16	48°22'21,53"	125°18'29,5"	125°18'49,5"
P16-P17	102°31'20,9"	234°08'59,46"	234°09'19,51"

**Tabela 7: Valores pras Observações de Distância pelo IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal(m)		Diferença de Nível(m)	
	Ajustada	Observada	Ajustada	Observada
P12-P13	58,94541	58,95110	-1,93384	-1,94448
P13-P14	38,28573	38,28868	-2,47924	-2,48983
P14-P15	76,57485	76,57485	1,89546	1,88477
P15-P16	25,92359	25,92359	0,08562	0,07507

O software IF\_Adjust apresentou as seguintes matrizes durante o processo de ajustamento:

a) Matriz das derivadas parciais planimétricas no processo inicial ( $B_{Plan}^0$ ):

1E+00	1E+00	1E+00	1E+00	1E+00	0E+00	0E+00	0E+00	0E+00
-6,2971E-04	-4,2164E-04	-4,5559E-04	-9,3969E-05	0,0000E+00	6,8554E-01	9,8313E-01	-2,2624E-01	6,6406E-01
3,7790E-04	1,8197E-04	-5,2944E-07	8,3460E-05	0,0000E+00	7,2803E-01	-1,8289E-01	9,7407E-01	7,4768E-01

b) Matriz das derivadas parciais planimétricas na 1ª iteração ( $B_{Plan}^1$ ):

1E+00	1E+00	1E+00	1E+00	1E+00	0E+00	0E+00	0E+00	0E+00
-6,2965E-04	-4,2161E-04	-4,5558E-04	-9,3944E-05	0,0000E+00	6,8559E-01	9,8311E-01	-2,2605E-01	6,6428E-01
3,7798E-04	1,8205E-04	-4,3041E-07	8,3488E-05	0,0000E+00	7,2799E-01	-1,8303E-01	9,7412E-01	7,4748E-01

c) Matriz das derivadas parciais altimétricas ( $B_{Alt}^0$ ):

1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00	1,00E+00
----------	----------	----------	----------



d) Vetor do erro de fechamento planimétrico no processo inicial ( $W_{Plan}^0$ ):

$$\begin{bmatrix} 8,04726E+01 \\ -1,49237E-02 \\ 1,64951E-02 \end{bmatrix}$$

e) Vetor do erro de fechamento planimétrico pra 1ª iteração ( $W_{Plan}^1$ ):

$$\begin{bmatrix} -3,5811354E-10 \\ 2,0915314E-03 \\ 4,4507827E-03 \end{bmatrix}$$

f) Vetor do erro de fechamento altimétrico ( $W_{Alt}^0$ ):

$$\begin{bmatrix} -4,2473E+05 \end{bmatrix}$$

g) Matriz dos pesos planimétrica ( $P_{Plan}$ ):

$$\begin{bmatrix} 4,00E-02 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 4,00E-02 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 0,00E+00 & 4,00E-02 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 4,00E-02 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 4,00E-02 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 2,23E+05 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 2,32E+05 & 0,00E+00 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 2,16E+05 & 0,00E+00 \\ 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 0,00E+00 & 2,38E+05 \end{bmatrix}$$

h) Matriz dos pesos altimétrica ( $P_{Alt}$ ):

$$\begin{bmatrix} 2,9863457E+04 & 0,0000000E+00 & 0,0000000E+00 & 0,0000000E+00 \\ 0,0000000E+00 & 3,0018525E+04 & 0,0000000E+00 & 0,0000000E+00 \\ 0,0000000E+00 & 0,0000000E+00 & 2,9729787E+04 & 0,0000000E+00 \\ 0,0000000E+00 & 0,0000000E+00 & 0,0000000E+00 & 3,0111333E+04 \end{bmatrix}$$

i) Vetor das observações planimétricas iniciais ( $Lb_{Plan}^0$ ):

1,2445833E+02
1,2273986E+02
2,9361403E+02
1,2531375E+02
2,3415542E+02
5,8951104E+01
3,8288680E+01
7,6574853E+01
2,5923591E+01

j) Vetor das observações planimétricas da 1ª iteração ( $Lb_{Plan}^1$ ):

1,2445447E+02
1,2273570E+02
2,9361072E+02
1,2530832E+02
2,3414983E+02
5,8947106E+01
3,8286053E+01
7,6573147E+01
2,5919859E+01

k) Vetor das observações planimétricas ajustadas da 1ª iteração ( $La_{Plan}^1$ ):

1,2445412E+02
1,2273566E+02
2,9361120E+02
1,2530821E+02
2,3414985E+02
5,8945408E+01
3,8285736E+01
7,6571572E+01
2,5918247E+01

l) Vetor das observações altimétricas iniciais ( $Lb_{Alt}^0$ ):

-1,944479E+00
-2,489832E+00
1,884773E+00
7,506500E-02

m) Vetor das observações altimétricas ajustadas ( $La_{Alt}^0$ ):

$$\begin{bmatrix} -1,9338371E+00 \\ -2,4792450E+00 \\ 1,8954628E+00 \\ 8,5619328E-02 \end{bmatrix}$$

n) Matriz variância-covariância das observações planimétricas ajustadas ( $\Sigma La_{Plan}$ ):

$$\begin{bmatrix} 8,6953E+00 & -4,6409E+00 & -3,3534E+00 & -1,0959E+00 & 3,9487E-01 & -1,0881E-04 & 1,6679E-03 & -1,8968E-03 & -1,5987E-04 \\ -4,6409E+00 & 1,3013E+01 & -3,4820E+00 & -2,6485E+00 & -2,2415E+00 & 9,8805E-05 & 5,1920E-04 & -4,4109E-04 & 7,7017E-05 \\ -3,3534E+00 & -3,4820E+00 & 1,2262E+01 & -2,6962E+00 & -2,7308E+00 & 1,0838E-03 & 4,9820E-04 & 6,9020E-04 & 1,0190E-03 \\ -1,0959E+00 & -2,6485E+00 & -2,6962E+00 & 1,1934E+01 & -5,4930E+00 & -5,7192E-04 & -1,0857E-03 & 5,1110E-04 & -5,1014E-04 \\ 3,9487E-01 & -2,2415E+00 & -2,7308E+00 & -5,4930E+00 & 1,0070E+01 & -5,0186E-04 & -1,5996E-03 & 1,1366E-03 & -4,2596E-04 \\ -1,0881E-04 & 9,8805E-05 & 1,0838E-03 & -5,7192E-04 & -5,0186E-04 & 1,9542E-06 & -4,3952E-07 & -7,1249E-07 & -9,8685E-07 \\ 1,6679E-03 & 5,1920E-04 & 4,9820E-04 & -1,0857E-03 & -1,5996E-03 & -4,3952E-07 & 2,0747E-06 & 3,6876E-07 & -3,9279E-07 \\ -1,8968E-03 & -4,4109E-04 & 6,9020E-04 & 5,1110E-04 & 1,1366E-03 & -7,1249E-07 & 3,6876E-07 & 1,9086E-06 & -6,9320E-07 \\ -1,5987E-04 & 7,7017E-05 & 1,0190E-03 & -5,1014E-04 & -4,2596E-04 & -9,8685E-07 & -3,9279E-07 & -6,9320E-07 & 1,8880E-06 \end{bmatrix}$$

o) Matriz variância-covariância das observações altimétricas ajustadas ( $\Sigma La_{Alt}$ ):

$$\begin{bmatrix} 3,3874407E-04 & -1,1266570E-04 & -1,1375992E-04 & -1,1231845E-04 \\ -1,1266570E-04 & 3,3757621E-04 & -1,1317227E-04 & -1,1173824E-04 \\ -1,1375992E-04 & -1,1317227E-04 & 3,3975564E-04 & -1,1282345E-04 \\ -1,1231845E-04 & -1,1173824E-04 & -1,1282345E-04 & 3,3688014E-04 \end{bmatrix}$$

p) Matriz variância-covariância dos parâmetros planimétricos ajustados ( $\Sigma xy$ ):

$$\begin{bmatrix} 1,33835E-06 & 6,22740E-07 & 1,32793E-06 & 6,27747E-07 & -3,27719E-07 & 4,48924E-07 \\ 6,22740E-07 & 1,32589E-06 & 7,74782E-07 & 6,94742E-07 & 4,32879E-07 & -1,85271E-08 \\ 1,32793E-06 & 7,74782E-07 & 2,61087E-06 & 1,13664E-06 & -3,32166E-07 & 1,28762E-06 \\ 6,27747E-07 & 6,94742E-07 & 1,13664E-06 & 2,29826E-06 & 2,03446E-06 & 3,90564E-07 \\ -3,27719E-07 & 4,32879E-07 & -3,32166E-07 & 2,03446E-06 & 3,97868E-06 & 1,06154E-06 \\ 4,48924E-07 & -1,85271E-08 & 1,28762E-06 & 3,90564E-07 & 1,06154E-06 & 2,88793E-06 \end{bmatrix}$$

q) Matriz variância-covariância dos parâmetros altimétricos ajustados ( $\Sigma h$ ):

$$\begin{bmatrix} 3,3874407E-04 & 2,2607837E-04 & 1,1231845E-04 \\ 2,2607837E-04 & 4,5098887E-04 & 2,2405669E-04 \\ 1,1231845E-04 & 2,2405669E-04 & 3,3688014E-04 \end{bmatrix}$$

### 5.2.2. DataGeosis Office

Processando os dados brutos no software DataGeosis Office apresentou os seguintes valores de erro de fechamento antes do ajustamento:

- Erro Angular:  $0^{\circ}01'20,4''$
- Erro no Eixo X: 0,0060m
- Erro no Eixo Y: 0,0108m
- Erro Altimétrico: -0,0425m

De acordo com o relatório apresentado realizou-se apenas uma iteração para o planimétrico e para o altimétrico, os foram encontrados os seguintes fatores de variância a posteriori:

- Planimétrico: 2,7155
- Altimétrico: 0,0000

O teste estatístico Qui-Quadrado apresentou os seguintes valores considerando um nível de significância de 5%:

- Planimétrico (4 graus de liberdade):
  - Limite Superior: 11,14
  - Limite Inferior: 0,48
- Altimétrico (1 grau de liberdade):
  - Limite Superior: 5.02
  - Limite Inferior: 0,00

Após o ajustamento chegou-se aos seguintes erros de fechamento:

- Erro Angular:  $0^{\circ}00'00''$
- Erro no Eixo X: 0,0000m
- Erro no Eixo Y: 0,0000m
- Erro Altimétrico: 0,000m

O tratamento interno das observações no DataGeosis Office resultou nos seguintes valores apresentados na tabela 8.

**Tabela 8: Observações Tratadas pelo DataGeosis Office**

Ponto de Ré	Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância Horizontal (m)	Diferença de Nível (m)
P11	P12	P13	124°27'30"	58,948	-1,9492
P12	P13	P14	122°44'24"	38,2901	-2,4885
P13	P14	P15	293°36'51"	76,5793	1,8928
P14	P15	PA02	178°56'42"	25,5405	1,9525
P14	P15	P16	125°18'50"	25,9221	0,0842
P15	P16	PA02	113°17'02"	25,5403	1,9349
P17	P16	P15	125°50'40"	25,9251	-0,0649
P15	P16	P17	234°09'20"	89,6057	1,3915
P15	PA02	PA01	244°52'20"	71,2911	3,1786

O DataGeosis Office chegou aos seguintes valores para as coordenadas ajustadas e seus respectivos desvios padrão apresentados na tabela 9:

**Tabela 9: Coordenadas Ajustadas pelo DataGeosis Office**

Ponto	X(m)	Sigma X(m)	Y(m)	Sigma Y(m)	h(m)	Sigma h(m)
P13	150.042,9129	0,0023	250.040,4136	0,0023	862,5034	0,0195
P14	150.035,9052	0,0028	250.078,0529	0,0030	860,0190	0,0210
P15	150.110,4965	0,0022	250.060,7440	0,0019	861,9255	0,0100

As observações da poligonal ajustada apresentaram os valores após o ajustamento contidas na tabela 10:

**Tabela 10: Observações Ajustadas pelo DataGeosis Office**

Alinhamento	Azimute	Distância Horizontal (m)	Diferença de Nível (m)
P12-P13	46°43 04.2"	58,9472	-1,9445
P13-P14	349°27 12.7"	38,2861	-2,4898
P14-P15	103°03 51.3"	76,5732	1,8848
P15-P16	48°22 21.3"	25,9199	0,0751
P16-P17	102°31 20.7"		

O relatório exportado do DataGeosis Office apresentou as seguintes matrizes como parte de seu processo de ajustamento:

a) Matriz dos Pesos planimétrica ( $P_{Plan}$ ):

0,04	0	0	0	0	0	0	0
0	0,04	0	0	0	0	0	0
0	0	0,04	0	0	0	0	0
0	0	0	0,04	0	0	0	0
0	0	0	0	0,04	0	0	0
0	0	0	0	0	222940,1	0	0
0	0	0	0	0	0	231901,6	0
0	0	0	0	0	0	0	215700,7
0	0	0	0	0	0	0	0

b) Matriz variância-covariância das observações ajustadas ( $\sum La_{Plan}$ ):

35,27702	-18,82975	-13,60533	-4,44530	1,60336	-0,00044	0,00677	-0,00770
-18,82975	52,79642	-14,12694	-10,74557	-9,09416	0,00040	0,00211	-0,00179
-13,60533	-14,12694	49,75075	-10,93905	-11,07942	0,00440	0,00202	0,00280
-4,44530	-10,74557	-10,93905	48,41695	-22,28702	-0,00232	-0,00440	0,00207
1,60336	-9,09416	-11,07942	-22,28702	40,85724	-0,00204	-0,00649	0,00461
-0,00044	0,00040	0,00440	-0,00232	-0,00204	0,00001	0,00000	0,00000
0,00677	0,00211	0,00202	-0,00440	-0,00649	0,00000	0,00001	0,00000
-0,00770	-0,00179	0,00280	0,00207	0,00461	0,00000	0,00000	0,00001
-0,00065	0,00031	0,00413	-0,00207	-0,00173	0,00000	0,00000	0,00000

c) Matriz variância-covariância das observações altimétricas ajustadas ( $\sum La_{Alt}$ ):

0,00038	0,00031	0,00003
0,00031	0,00044	0,00005
0,00003	0,00005	0,0001

### 5.2.3. Topograph 98 SE:

Com o processamento dos dados brutos no software Topograph 98 SE chegou-se aos seguintes valores de erro de fechamento pelo ajustamento pelo método dos correlatos:

- Erro Angular: 0°01'20,5"
- Erro no Eixo X: 0,0056m
- Erro no Eixo Y: -0,0109m
- Erro Altimétrico: 0,064m

Os erros de erro de fechamento se apresentaram diferentes para o método paramétrico:

- Erro Angular: 0°01'20,5"
- Erro no Eixo X: 0,0161m

- Erro no Eixo Y: -0,0147m
- Erro Altimétrico: 0,033m

Estranhamente os erros de fechamento nos dois métodos são relativamente diferentes, principalmente se levar em conta que as equações para o cálculo dos erros teoricamente deveriam ser iguais.

Existindo apenas a possibilidade de se analisar estatisticamente os resultados do ajustamento no Topograph 98 SE pelo método de ajustamento paramétrico utilizou-se um nível de significância para os testes estatísticos de 5%.

Durante o processo de ajustamento foram encontrados os seguintes fatores de variância *a posteriori*:

- Planimétrico: 24,073
- Altimétrico: 222,089

Os limites inferiores e superiores do teste Qui-Quadrado apresentaram os seguintes valores para os ajustamentos da planimetria e da altimetria:

- Planimétrico (3 graus de liberdade)
  - Limite Superior: 9,348
  - Limite Inferior: 0,216
- Altimétrico (1 grau de liberdade)
  - Limite Superior: 5,024
  - Limite Inferior: 0,001

Pelos limites apresentados no teste Qui-Quadrado em conjunto com os fatores de variância *a posteriori* é possível deduzir que o processo de ajustamento planimétrico não utilizou de processos iterativos ou não foi condicionado estatisticamente para o fim das iterações.

O tratamento dos dados brutos realizados para o processo de ajustamento pelo método paramétrico no Topograph 98 SE resultou nas observações contidas na tabela 11.

**Tabela 11: Dados Tratados para o Ajustamento Paramétrico no Topograph 98 SE**

Ponto de Ré	Estação	Ponto Visado	Ângulo Horizontal	Distância Horizontal (m)	Diferença de Nível (m)
P11	P12	P13	124°27'30"	58,951	-1,938
P12	P13	P14	122°44'24"	38,289	-2,483
P13	P14	P15	293°36'51"	76,575	1,891
P14	P15	P16	125°18'50"	25,924	0,097
P15	P16	P17	234°09'20"		

O software Topograph 98 SE não fornece os valores das observações tratadas para o processo de ajustamento no método correlato.

Através de ambos os processos chegou-se as seguintes coordenadas ajustadas e no método paramétrico seus respectivos desvios-padrão extraídos das matrizes variância-covariância dos parâmetros:

**Tabela 12: Coordenadas e Precisões no Paramétrico pelo Topograph 98 SE**

Estação	X (m)	Sigma X (m)	Y (m)	Sigma Y (m)	h (m)	Sigma h (m)
P13	150.042,914	0,00105	250.040,413	0,00114	862,499	0,00089
P14	150.035,906	0,00130	250.078,056	0,00141	860,016	0,00109
P15	1501.10,494	0,00089	250.060,744	0,00077	861,907	0,00109

**Tabela 13: Coordenadas no Correlato pelo Topograph 98 SE**

Ponto	X (m)	Y (m)	h (m)
P13	150.042,915	250.040,412	862,512
P14	150.035,908	250.078,056	860,033
P15	150.110,493	250.060,743	861,942

As observações da poligonal ajustada apresentaram nas tabelas 14 e 15 os valores após o ajustamento.



**Tabela 14: Observações Ajustadas pelo Método Paramétrico no Topograph 98 SE**

Alinhamento	Ângulo Horizontal	Azimute	Distância Horizontal (m)	Diferença de Nível (m)
P12-P13	124°27'21"	46°43'09"	58,948	-1,936
P13-P14	122°44'08"	349°27'17"	38,290	-2,483
P14-P15	293°36'46"	103°04'02"	76,570	1,891
P15-P16	125°18'34"	48°22'36"	25,922	0,096
P16-P17	234°08'45"	102°31'21"		

**Tabela 15: Observações Ajustadas pelo Método Correlato no Topograph 98 SE**

Alinhamento	Ângulo Horizontal	Azimute	Distância Horizontal (m)	Diferença de Nível (m)
P12-P13	124°27'47"	46°43'13"	58,948	-1,923
P13-P14	122°44'24"	349°27'21"	38,29	-2,478
P14-P15	293°36'53"	103°04'04"	76,567	1,909
P15-P16	125°18'45"	48°22'38"	25,923	0,061
P16-P17	234°08'51"	102°31'21"		

Através da organização dos dados liberados pelo Topograph 98 SE é possível remontar as seguintes matrizes:

- a) Matriz variância-covariância dos parâmetros planimétricos ajustados ( $\Sigma_{xy}$ ):

0,0000011	0,0000003	0,0000012	0,0000004	0,0000003	0,0000003
0,0000003	0,0000013	0,0000002	0,0000007	0,0000002	0,0000003
0,0000012	0,0000002	0,0000017	0,0000005	0,0000003	0,0000003
0,0000004	0,0000007	0,0000005	0,0000020	0,0000002	0,0000006
0,0000003	0,0000002	0,0000003	0,0000002	0,0000008	0,0000005
0,0000003	0,0000003	0,0000003	0,0000006	0,0000005	0,0000006

- b) Matriz variância-covariância dos parâmetros altimétricos ajustados ( $\Sigma_h$ ):

0,0000008	0,0000006	0,0000004
0,0000006	0,0000012	0,0000008
0,0000004	0,0000008	0,0000012

#### 5.2.4. TopoEVN 6.0

Com o processamento dos dados brutos no software TopoEVN 6.0 chegou-se aos seguintes valores de erro de fechamento antes do ajustamento:

- Erro Angular: 0°01'33"
- Erro no Eixo X: 0,009829m
- Erro no Eixo Y: -0,007667m
- Erro Altimétrico: -0,033m

Os erros de erro de fechamento após o ajustamento apresentaram os seguintes valores:

- Erro no Eixo X: 0,000005m
- Erro no Eixo Y: 0,000004m
- Erro Altimétrico: 0,000m

Foram realizadas 3 iterações para a planimetria e 12 para a altimetria, e durante o processo de ajustamento foram encontrados os seguintes fatores de variância a *posteriori*:

- Planimétrico: 17,29802
- Altimétrico: 0,00322

Os limites inferiores e superiores do teste Qui-Quadrado apresentaram os seguintes valores para os ajustamentos da planimetria e da altimetria:

- Planimétrico (3 graus de liberdade)
  - Limite Superior: 9,353
  - Limite Inferior: 0,216
  - Valor Calculado: 7,517
- Altimétrico (3 graus de liberdade)
  - Limite Superior: 9,353
  - Limite Inferior: 0,216
  - Valor Calculado: 0,003

Divergentemente dos outros softwares o TopoEVN 6.0 para o teste estatístico Qui-Quadrado altimétrico foram considerados 3 graus de liberdade, algo também divergente dos demais é que os valores calculados do Qui-Quadrado não são múltiplos dos fatores de variância a posteriori pelo relativo grau de liberdade.

O tratamento dos dados brutos realizados para o processo de ajustamento pelo método paramétrico no TopoEVN 6.0 resultou nas observações da tabela 16.

**Tabela 16: Dados Tratados pelo TopoEVN 6.0**

Estação	Ponto Visado	Azimute	Distância Horizontal (m)
P12	P13	46°43'35"	58,94862
P13	P14	349°27'25"	38,29112
P14	P15	103°04'17"	76,57930
P15	P16	48°22'57"	25,92260
P16	P17	102°32'54.0"	

O software TopoEVN 6.0 não fornece os valores das diferenças de nível tratadas.

Durante o processo de ajustamento chegou-se as seguintes coordenadas.

**Tabela 17: Coordenadas obtidas pelo TopoEVN 6.0**

Ponto	X (m)	Y (m)	h (m)
P13	150.042,91420	250.040,41029	862,49421
P14	150.035,90403	250.078,05693	860,02536
P15	150.110,49495	250.060,74542	861,92125

As observações da poligonal ajustada apresentaram os valores pós-ajustamento na tabela 18:

**Tabela 18: Observações Ajustadas pelo TopoEVN 6.0**

Estação	Ponto Visado	Azimute	Distância Horizontal (m)
P12	P13	46°43'16,40"	58,94591
P13	P14	349°27'06,40"	38,29375
P14	P15	103°03'58,40"	76,57345
P15	P16	48°22'38,40"	25,91992

Através do relatório de ajustamento apresentado pelo TopoEVN 6.0 foi possível obter as seguintes matrizes:

a) Matriz variância-covariância das observações ( $\Sigma Lb$ ):

0,000004486	0	0	0	0	0	0	0
0	0,000004312	0	0	0	0	0	0
0	0	0,000004636	0	0	0	0	0
0	0	0	0,00000421	0	0	0	0
0	0	0	0	25000	25000	25000	25000
0	0	0	0	25000	50000	50000	50000
0	0	0	0	25000	50000	75000	75000
0	0	0	0	25000	50000	75000	100000

Diferentemente dos outros softwares o TopoEVN 6.0 estrutura a MVC das observações utilizando a MVC das distâncias e a MVC dos azimutes que surge a partir da propagação da MVC dos ângulos horizontais.

b) Matriz variância-covariância das distâncias:

4,486E-006	0	0	0
0	4,312E-006	0	0
0	0	4,636E-006	0
0	0	0	4,210E-006

c) Matriz variância-covariância dos ângulos horizontais:

2.500E+001	0	0	0
0	2.500E+001	0	0
0	0	2.500E+001	0
0	0	0	2.500E+001

d) Matriz das derivadas parciais em relação às observações ( $B$ ):

6,855E-1	9,831E-1	-2,262E-1	6,642E-1	-2,081E-4	3,397E-5	-3,616E-4	-9,396E-5
7,281E-1	-1,830E-1	9,741E-1	7,476E-1	1,959E-4	1,825E-4	-8,397E-5	8,347E-5

### 5.3. Análise e comparação dos resultados dos diversos softwares com o IF\_Adjust

#### 5.3.1. Tratamento das Observações

O tratamento dos dados é um dos principais fatores que podem causar divergência no processo de ajustamento, um tratamento incompleto ou incorreto pode ocasionar disparidade nos dados a serem ajustados.

Por não haver possibilidade de verificar o passo-a-passo do tratamento em cada software as observações iniciais do processo de entrada para o ajustamento serão utilizadas para conferir se essa etapa do processo esta ou não sendo realizada de modo correto.

Considerando que os dados são de um levantamento que utiliza serie de leituras (PD/PI) então os softwares necessitam de um algoritmo um pouco mais complexo pra lidar com esses dados.

a) DataGeosis Office:

**Tabela 19: Comparação dos Ângulos Horizontais médios observados do DataGeosis Office com o IF\_Adjust**

Alinhamento	Ângulo Horizontal		Diferença
	DataGeosis	IF_Adjust	
P12-P13	124°27'30"	124°27'30"	0"
P13-P14	122°44'24"	122°44'23,5"	0,5"
P14-P15	293°36'51"	293°36'50,4"	0,6"
P15-P16	125°18'50"	125°18'49,5"	0,5"
P16-P17	234°09'20"	234°09'19,51"	0,09"

Analisando as diferenças angulares apresentadas entre a rotina desenvolvida e o software DataGeosis Office fica claro que trata apenas de arredondamento pois nenhuma das diferenças ultrapassou 1". Outro fator pode ser devido ao IF\_Adjust necessitar de um tratamento externo ao software em sua versão alfa, o que pode causar perda singular de informação devido a conversão de graus, minutos e segundos (GMS) para graus decimais

**Tabela 20: Comparação das Distâncias Horizontais médias observadas do DataGeosis Office com o IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	DataGeosis Office	IF_Adjust	Diferença (m)
P12-P13	58,948	58,9511	-0,0031
P13-P14	38,2901	38,28868	0,00142
P14-P15	76,5793	76,57485	0,00445
P15-P16	25,9221	25,92359	-0,0015

Considerando a diferença entre as distâncias horizontais nos dois *softwares*, e sabendo que o tratamento das observações para a rotina deu-se utilizando as distâncias horizontais de vante e ré, é possível afirmar que essa diferença deve-se ao DataGeosis Office não utilizar as distâncias horizontais calculadas de ré para o recálculo da distância horizontal média em poligonais que utilizam serie de leituras.

**Tabela 21: Comparação das Diferenças de Nível médias observadas do DataGeosis Office com o IF\_Adjust**

Alinhamento	Diferença de Nível (m)		
	DataGeosis Office	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	-1,9492	-1,94448	-0,0047
P13-P14	-2,4885	-2,48983	0,00133
P14-P15	1,8928	1,88477	0,00803
P15-P16	0,0842	0,07507	0,00913

As divergências na diferença de nível ocorrem pelo mesmo motivo das divergências nas distâncias horizontais entre os dois *softwares*.

b) Topograph 98 SE

Tendo-se em vista que o Topograph 98 SE não emite os dados tratados anteriores ao ajustamento para o método correlato, é apenas realizar a comparação da diferença do tratamento das observações anteriores ao método paramétrico.

**Tabela 22: Comparação dos Ângulos Horizontais médios observados entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Ângulo horizontal		
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	124°27'30"	124°27'30"	0"
P13-P14	122°44'24"	122°44'23,5"	0,5"
P14-P15	293°36'51"	293°36'50,4"	0,6"
P15-P16	125°18'50"	125°18'49,5"	0,5"
P16-P17	234°09'20"	234°09'19,51"	0,09"

Analisando as diferenças angulares apresentadas entre a rotina desenvolvida e o *software* Topograph 98 SE pelo paramétrico fica claro que trata apenas de arredondamento, pois assim como na comparação do DataGeosis Office com o IF\_Adjust nenhuma das diferenças ultrapassou 1”.

Como já citado anteriormente essa diferença pode ser devido ao IF\_Adjust necessitar de um tratamento externo ao *software* em sua versão alfa, o que pode causar perda singular de informação devido a conversão de GMS para decimal.

**Tabela 23: Comparação das Distâncias Horizontais médias observadas entre o Topograph 98 (M. Paramétrico) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	58,951	58,9511	-0,00010
P13-P14	38,289	38,28868	0,00032
P14-P15	76,575	76,57485	0,00015
P15-P16	25,924	25,92359	0,00041

Considerando que a diferença das observações de distância horizontal são inferiores a um milímetro e sabendo que no *software* Topograph 98 SE não é possível entrar com as leituras inversas de distância. É possível afirmar que o *software* realiza a média entre as leituras diretas de distância do alinhamento de ré e de vante.

**Tabela 24: Comparação das Diferenças de Nível médias observadas entre o Topograph 98 (M. Paramétrico) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Diferença de Nível (m)		
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	-1,938	-1,94448	0,00648
P13-P14	-2,483	-2,48983	0,00683
P14-P15	1,891	1,88477	0,00623
P15-P16	0,097	0,07507	0,02193

Diferentemente do que ocorre para as distâncias horizontais, a diferença de nível apresentou valores divergentes superiores a um milímetro, essa divergência talvez ocorra devido ao algoritmo do Topograph 98 SE possivelmente considerar apenas as visadas de vante para o cálculo das diferenças de nível.

c) TopoEVN 6.0

O TopoEVN 6.0 disponibiliza apenas os azimutes e distâncias tratadas antes do ajustamento e como o IF\_Adjust não disponibiliza os azimutes antes do ajustamento então apenas será comparado os valores de distância horizontal utilizados no cálculo de ambas as aplicações.

**Tabela 25: Comparação das Distâncias Horizontais Tratadas entre o TopoEVN 6.0 e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	TopoEVN 6.0	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	58,94862	58,95110	-0,00250
P13-P14	38,29112	38,28868	0,00244
P14-P15	76,57930	76,57485	0,00445
P15-P16	25,92260	25,92359	-0,00100

É possível notar que existe em suma maioria das distâncias horizontais variação superior a um milímetro, essa divergência provavelmente tem origem em desconsideração das observações inversas e de ré para as distâncias. Ou ainda em arredondamentos realizados pelo algoritmo do TopoEVN 6.0.



d) Comparação das discrepâncias

O gráfico apresentado na figura 9 expressa a comparação das diferenças obtidas entre os *softwares* comerciais e o IF\_Adjust em relação ao tratamento das distancias horizontais em valores absolutos. Enquanto que o gráfico apresentado na figura 10 corresponde a comparação em relação ao tratamento das diferenças de nível também em valores absolutos.

Figura 9: Gráfico Comparativo de Discrepância no Tratamento das Distancias Horizontais

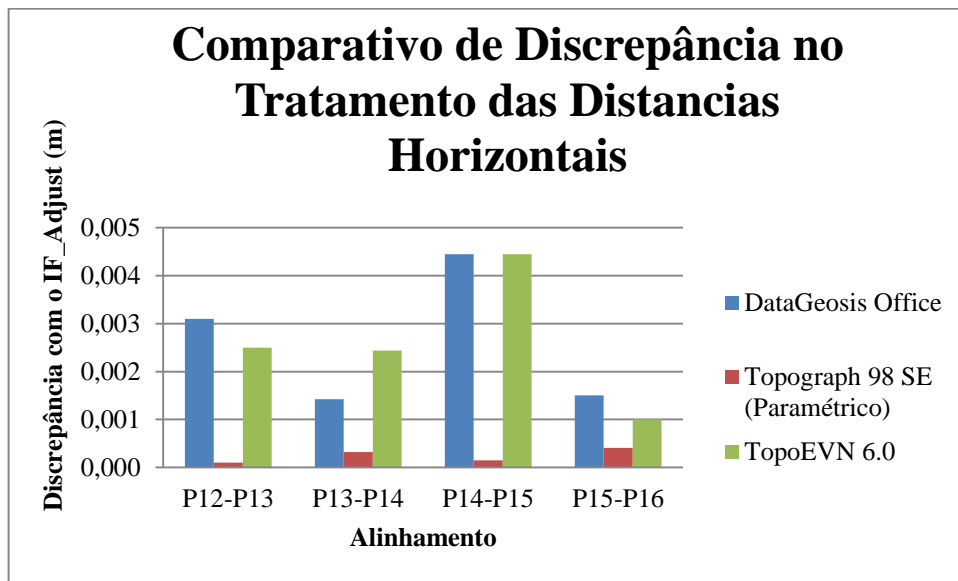
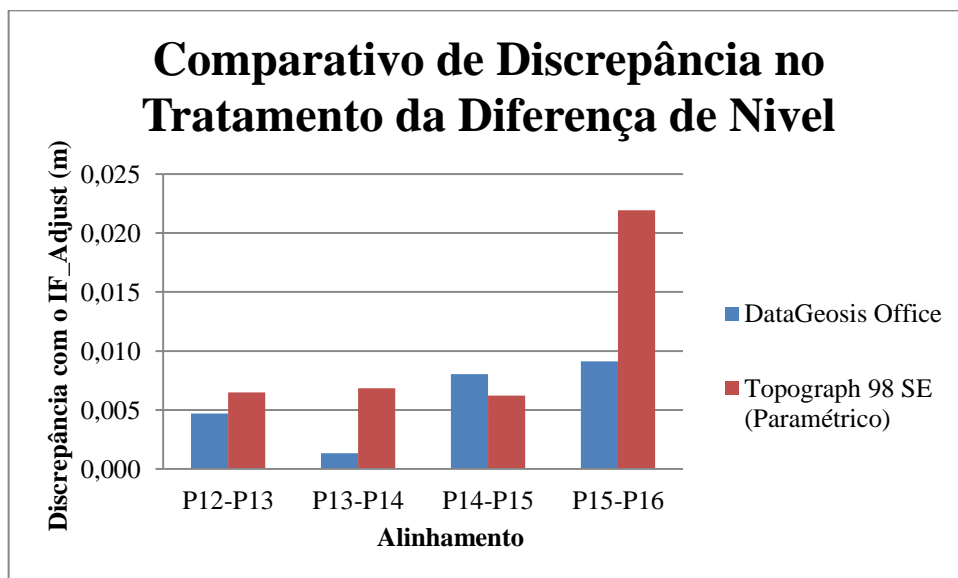


Figura 10: Gráfico Comparativo de Discrepância no Tratamento da Diferença de Nível



### 5.3.2. Observações Ajustadas

Os valores das observações ajustadas são obtidos após o processo de ajustamento e influenciam diretamente sobre as coordenadas. As diferenças das observações tratadas influenciam diretamente os novos valores das observações pós-ajustamento.

#### a) DataGeosis Office

Após o ajustamento o DataGeosis Office fornece valores de azimute, distância horizontal e diferença de nível ajustados, então é possível se comparar os três principais fatores que influenciam no cálculo das coordenadas ajustadas.

**Tabela 26: Comparação dos Azimutes Ajustados entre o DataGeosis Office e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Azimute		
	DataGeosis Office	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	46°43'04,2"	43°43'03,29"	0,91"
P13-P14	349°27'12,7"	349°27'11,6"	1,1"
P14-P15	103°03'51,3"	103°03'51,98"	0,68"
P15-P16	48°22'21,3"	48°22'21,53"	0,23"
P16-P17	102°31'20,7"	102°31'20,9"	0,2"

Realizando a comparação dos azimutes ajustados nota-se que as variações angulares em maioria são próximas ou inferiores a 1". Decorrem geralmente devido ao sistema de equações não ser linear, haver divergências mesmo que pouco significativa nas observações tratadas e de arredondamentos durante o processo de cálculo.

As pequenas variações podem ou não ser relevantes em decorrência do tipo de levantamento e da precisão desejada para um alinhamento.

**Tabela 27: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o DataGeosis Office e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	DataGeosis Office	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	58,9472	58,9454	0,00179
P13-P14	38,2861	38,2857	0,00037
P14-P15	76,5732	76,5749	-0,00160
P15-P16	25,9199	25,9236	-0,00370

Comparando as distâncias horizontais ajustadas, as variações apresentam valores na casa dos milímetros, e assim como para os azimutes resultam do processo de ajustamento e podem ocorrer devido a não linearidade do sistema, arredondamentos ao longo do processo e divergência nas observações tratadas.

**Tabela 28: Comparação das Diferenças de Nível Ajustadas entre o DataGeosis Office e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Diferença de Nível (m)		
	DataGeosis	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	-1,9445	-1,9338	-0,0107
P13-P14	-2,4898	-2,4792	-0,0106
P14-P15	1,8848	1,89546	-0,0107
P15-P16	0,0751	0,08562	-0,0105

As variações relativas às diferenças de nível apresentadas pelo DataGeosis e pelo IF\_Adjust, principalmente decorrentes das diferenças nas observações tratadas já que em ambos o caso o processo de ajustamento é gerado com base em um sistema linear de equações.

b) Topograph 98 SE

Como o Topograph 98 SE trabalha com dois ajustamentos diferentes e como já mostrado existe certa divergência entre os resultados, erros e observações tratadas. Em ambos os processos de ajustamento, Correlato e Paramétrico, o *software* libera as observações ajustadas de ângulo horizontal, distância horizontal e diferença de nível.

A diferença dos valores ajustados das observações em relação aos valores obtidos no ajustamento no IF\_Adjust e a diferença entre as observações ajustadas dos métodos do próprio Topograph 98 SE são um dos principais fatores para as divergentes coordenadas encontradas.

**Tabela 29: Comparação dos Ângulos Horizontais Ajustados entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Ângulo horizontal		
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	124°27'21"	124°27'01,48"	19,52"
P13-P14	122°44'08"	122°44'08,36"	0,36"
P14-P15	293°36'46"	293°36'40,3"	5,7"
P15-P16	125°18'34"	125°18'29,5"	4,5"
P16-P17	234°08'45"	234°08'59,46"	14,46"

**Tabela 30: Comparação dos Ângulos Horizontais Ajustados entre o Topograph 98 SE (M. Correlato) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Ângulo horizontal		
	Topograph 98 SE (Correlato)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	124°27'47"	124°27'01,48"	45,52"
P13-P14	122°44'24"	122°44'08,36"	15,64"
P14-P15	293°36'53"	293°36'40,3"	12,7"
P15-P16	125°18'45"	125°18'29,5"	15,5"
P16-P17	234°08'51"	234°08'59,46"	8,46"

Os ângulos horizontais ajustados pelo Topograph 98 SE apresentam uma grande disparidade quando comparados com os ângulos ajustados pelo IF\_Adjust, as causas são diretamente relacionadas ao algoritmo por trás do processo de ajustamento do próprio Topograph 98 SE.

Para confirmar que o algoritmo do Topograph 98 SE apresenta algum erro é necessário apenas analisar os resultados ajustados dos métodos correlato e paramétrico que estão presentes nele.

**Tabela 31: Comparação dos Ângulos Horizontais Ajustados entre os Métodos do Topograph 98 SE**

Alinhamento	Ângulo horizontal		Diferença
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	Topograph 98 (Correlato)	
P12-P13	124°27'21"	124°27'47"	26"
P13-P14	122°44'08"	122°44'24"	16"
P14-P15	293°36'46"	293°36'53"	7"
P15-P16	125°18'34"	125°18'45"	11"
P16-P17	234°08'45"	234°08'51"	6"

Por teoria as observações, coordenadas e desvios-padrão deveriam apresentar valores semelhantes, mas não é o que ocorre nas observações angulares ajustadas comparadas na tabela 31.

Também se apresenta necessário realizar a comparação das distâncias horizontais ajustadas, pois estas influenciam tão diretamente quando os ângulos horizontais o valor das coordenadas ajustadas.

Com os resultados de comparação das distâncias ajustadas do Topograph 98 SE e do IF\_Adjust na tabela 32 e na tabela 33 é possível notar que as divergências estão na casa dos milímetros.

**Tabela 32: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	58,94800	58,94541	0,00259
P13-P14	38,29000	38,28573	0,00427
P14-P15	76,57000	76,57485	-0,00485
P15-P16	25,92200	25,92359	-0,00159

**Tabela 33: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Correlato) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	Topograph 98 SE (Correlato)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	58,94800	58,94541	0,00259
P13-P14	38,29000	38,28573	0,00427
P14-P15	76,56700	76,57485	-0,00785
P15-P16	25,92300	25,92359	-0,00059

São divergências que surgiram devido as observações tratadas também serem levemente diferentes entre ambos os *softwares*. Para que seja possível confirmar isso e verificar se o que ocorre com os ângulos horizontais ajustados pelo Topograph 98 SE ocorre também para as distâncias. Foram estas comparadas na tabela 34.

**Tabela 34: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre os Métodos do Topograph 98 SE**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	Topograph 98 SE (Correlato)	Diferença
P12-P13	58,948	58,948	0
P13-P14	38,290	38,290	0
P14-P15	76,570	76,567	0,003
P15-P16	25,922	25,923	-0,001

É possível notar que diferentemente das divergências apresentadas pelos métodos para os ângulos horizontais, as distâncias horizontais apresentam valores iguais ou bem próximos.

A observação ajustada que falta ser analisada e que influencia nas altitudes e cotas são as diferenças de nível. Na maioria das vezes os processos de ajustamento para essa observação são realizados paralelamente ao ajustamento dos ângulos e distâncias horizontais.

**Tabela 35: Comparação das Diferenças de Nível Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Diferença de Nível (m)		
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	-1,93600	-1,93384	-0,00216
P13-P14	-2,48300	-2,47924	-0,00376
P14-P15	1,89100	1,89546	-0,00446
P15-P16	0,09600	0,08562	0,01038

**Tabela 36: Comparação das Diferenças de Nível Ajustadas entre o Topograph 98 SE (M. Correlato) e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Diferença de Nível (m)		
	Topograph 98 SE (Correlato)	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	-1,92300	-1,93384	0,01084
P13-P14	-2,47800	-2,47924	0,00124
P14-P15	1,90900	1,89546	0,01354
P15-P16	0,06100	0,08562	-0,02462

A comparação entre os resultados do Topograph 98 SE e o IF\_Adjust contidas na tabela 35 e tabela 36 apresentam uma relativa discrepância entre os *softwares*.

Surpreendentemente o Topograph 98 SE apresentou uma maior discrepância em relação ao IF\_Adjust no ajustamento pelo método dos correlatos, o qual foi o utilizado no processamento dos dados no IF\_Adjust.

Comparando ambos os métodos do Topograph 98 SE para o ajustamento das diferenças de nível, tem se na tabela 37:

**Tabela 37: Comparação das Diferenças de Nível Ajustadas entre os Métodos do Topograph 98 SE**

Alinhamento	Diferença de Nível		Diferença
	Topograph 98 SE (Paramétrico)	Topograph 98 SE (Correlato)	
P12-P13	-1,936	-1,923	-0,013
P13-P14	-2,483	-2,478	-0,005
P14-P15	1,891	1,909	-0,018
P15-P16	0,096	0,061	0,035

As diferenças em maioria são superiores a 10 milímetros, apresentando novamente discrepância entre os resultados de ambos os métodos implementados no algoritmo do Topograph 98 SE.

c) TopoEVN 6.0

Diferentemente dos outros *softwares* o TopoEVN 6.0 apresenta como observações ajustadas os Azimutes e as distâncias horizontais apenas.

A comparação do azimute é idêntica comparação dos ângulos horizontais, pois tratam de grandezas angulares fundamentais para o cálculo das coordenadas.

**Tabela 38: Comparação dos Azimutes Ajustados entre o TopoEVN 6.0 e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Azimute		
	TopoEVN 6.0	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	46°43'16,4"	43°43'03,29"	13,11"
P13-P14	349°27'06,4"	349°27'11,6"	5,2"
P14-P15	103°03'58,4"	103°03'51,98"	6,42"
P15-P16	48°22'38,4"	48°22'21,53"	16,47"

A comparação realizada na tabela 38, entre o TopoEVN 6.0 e o IF\_Adjust apresentou uma discrepância angular significativa, com todos os azimutes sendo divergentes em valores acima de 5". Essa variação tem por origem o erro angular anterior ao ajustamento divergentes nos *softwares* em 13".

**Tabela 39: Comparação das Distâncias Horizontais Ajustadas entre o TopoEVN 6.0 e o IF\_Adjust**

Alinhamento	Distância Horizontal (m)		
	TopoEVN 6.0	IF_Adjust	Diferença
P12-P13	58,94591	58,94541	0,0005
P13-P14	38,29375	38,28573	0,00802
P14-P15	76,57345	76,57485	-0,0014
P15-P16	25,91992	25,92359	-0,0037

Nas distâncias horizontais comparadas na tabela 39, as discrepâncias não são tão gritantes como as angulares, girando na casa dos milímetros, apresentando valores maiores em distâncias mais curtas.

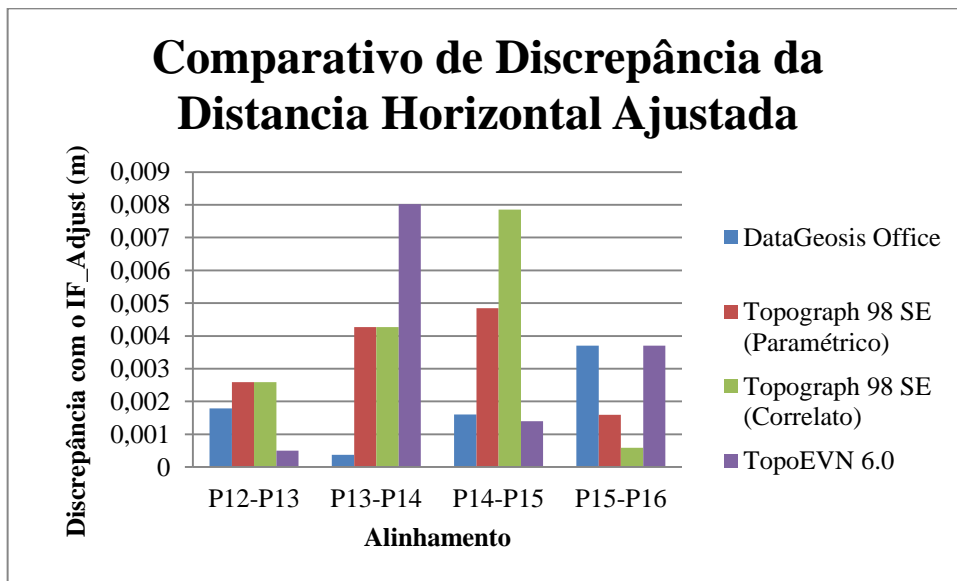


As diferenças de nível ajustadas não foram exibidas pelo TopoEVN 6.0 assim impossibilitando a comparação dessa observação com o IF\_Adjust.

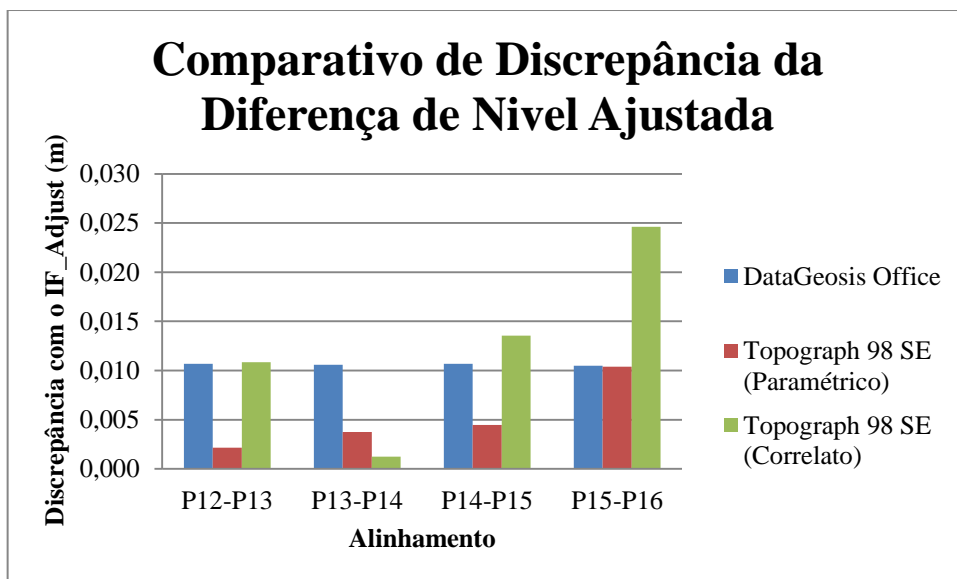
d) Comparação das discrepâncias

As discrepâncias dos valores ajustados da distancia horizontal e da diferença de nível estão expostas em valores absolutos nos gráficos da figura 11 e da figura 12 respectivamente.

**Figura 11: Gráfico Comparativo de Discrepância da Distancia Horizontal Ajustada**



**Figura 12: Gráfico Comparativo de Discrepância da Diferença de Nível Ajustada**



### 5.3.3. Erro de Fechamento

O erro de fechamento é o valor expresso pela somatória dos erros das distâncias, ângulos e diferenças de nível em relação os pontos de fechamento. Então logicamente a diferença desses erros entre os *softwares* indica divergências no tratamento das observações.

**Tabela 40: Erros de Fechamento antes do Ajustamento**

<i>Software</i>	Erro Angular	Erro no Eixo X (m)	Erro no Eixo Y (m)	Erro Altimétrico (m)
IF_Adjust	0°01'20,47"	0,01649	-0,01492	-0,0424
DataGeosis Office	0°01'20,4"	0,0060	0,0108	-0,0425
Topograph 98 SE (M. Correlato)	0°01'20,5"	0,0056	-0,0109	0,064
Topograph 98 SE (M. Paramétrico)	0°01'20,5"	0,0161	-0,0147	0,033
TopoEVN 6.0	0°01'33"	0,0098	-0,0077	-0,033

### 5.3.4. Coordenadas

A tabela 41 apresenta as coordenadas ajustadas nos *softwares* dos vértices P13, P14 e P15.

Usando como valores de comparação as coordenadas obtidas pelo IF\_Adjust, obteve-se as diferenças decorrentes do processo de ajustamento para as coordenadas pós-processadas. As diferenças estão expostas na tabela 42, tabela 43, tabela 44 e tabela 45.

**Tabela 41: Coordenadas Obtidas no Ajustamento dos Softwares**

Vértice	X(m)	Y(m)	h(m)
DataGeosis Office			
P13	150.042,9129	250.040,4136	862,5034
P14	150.035,9052	250.078,0529	860,0190
P15	150.110,4965	250.060,7440	861,9255
IF Adjust			
P13	150.042,9113	250.040,4127	862,5012
P14	150.035,9035	250.078,0516	860,0219
P15	150.110,4963	250.060,7421	861,9174
TopoEVN 6.0			
P13	150.042,91420	250.040,41029	862,49421
P14	150.035,90403	250.078,05693	860,02536
P15	150.110,49495	250.060,74542	861,92125
Topograph 98 SE (Correlato)			
P13	150.042,9150	250.040,4120	862,5120
P14	150.035,9080	250.078,0560	860,0330
P15	150.110,4930	250.060,7430	861,9420
Topograph 98 SE (Paramétrico)			
P13	150.042,9140	250.040,4130	862,4990
P14	150.035,9060	250.078,0560	860,0160
P15	150.110,4940	250.060,7440	861,9070

**Tabela 42: Diferença das coordenadas obtidas no DataGeosis Office e no IF\_Adjust**

Vértice	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta h(m)$
P13	0,0016	0,0009	0,0022
P14	0,0017	0,0013	-0,0029
P15	0,0002	0,0019	0,0081

**Tabela 43: Diferença das Coordenadas obtidas no TopoEVN 6.0 e no IF\_Adjust**

Vértice	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta h(m)$
P13	0,00290	-0,00241	-0,00699
P14	0,00053	0,00533	0,00346
P15	-0,00135	0,00332	0,00385

**Tabela 44: Diferença das Coordenadas obtidas no Topograph 98 SE (M. Correlato) e no IF\_Adjust**

Vértice	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta h(m)$
P13	0,0037	-0,0007	0,0108
P14	0,0045	0,0044	0,0111
P15	-0,0033	0,0009	0,0246

**Tabela 45: Diferença das Coordenadas obtidas no Topograph 98 SE (M. Paramétrico) e no IF\_Adjust**

Vértice	$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta h(m)$
P13	0,0027	0,0003	-0,0022
P14	0,0025	0,0044	-0,0059
P15	-0,0023	0,0019	-0,0104

As diferenças apresentadas entre as coordenadas do IF\_Adjust e dos demais softwares tem como causa o acúmulo das divergências encontradas em todos os demais resultados.

Colocando essas discrepâncias de coordenadas em gráficos é possível visualizar mais claramente na figura 13, na figura 14 e na figura 15.

**Figura 13: Gráfico Comparativo da Discrepância em X**

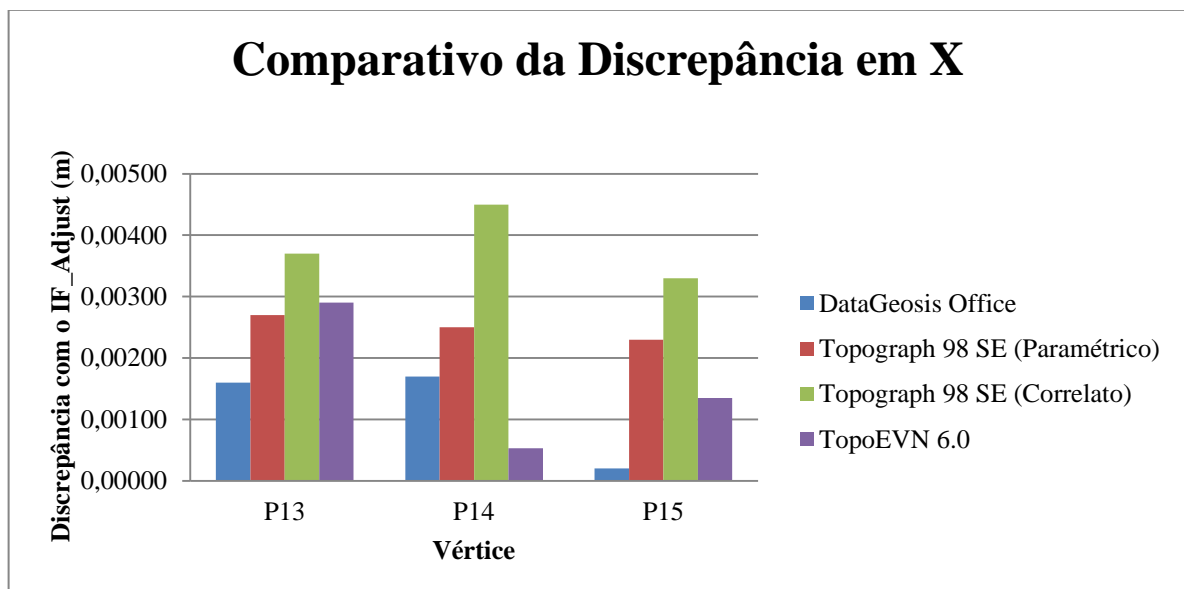


Figura 14: Gráfico Comparativo da Discrepância em Y

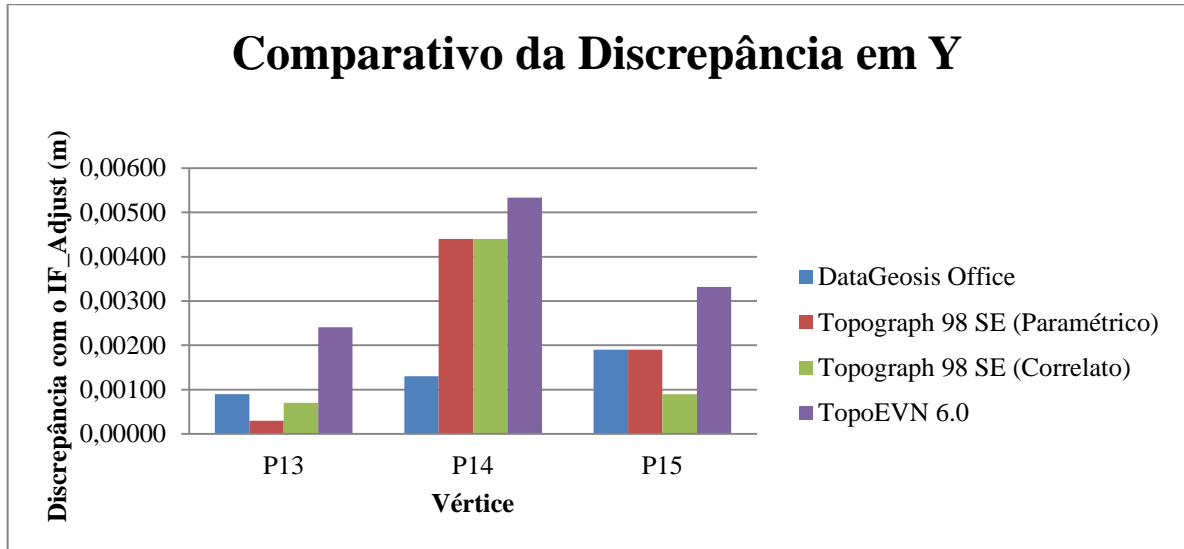
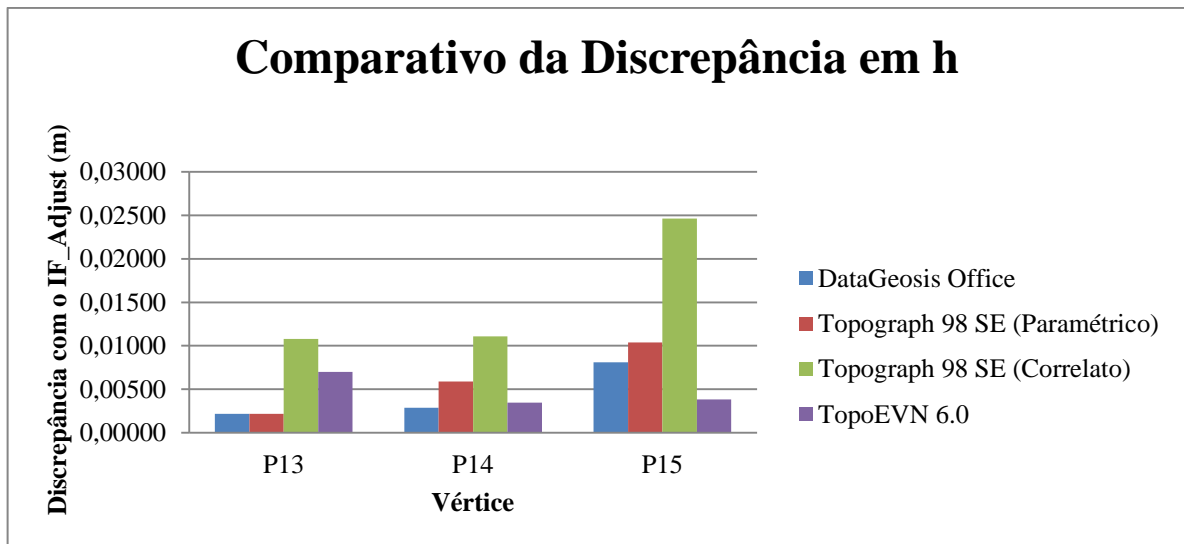


Figura 15: Gráfico Comparativo da Discrepância em h



### 5.3.5. Desvios-Padrão das Coordenadas

A flutuação dos coordenadas é obtida através de seus desvios-padrão.

Os desvios-padrão do IF\_Adjust e do DataGeosis Office expostos na tabela 46.

**Tabela 46: Desvios-Padrão do IF\_Adjust e do DataGeosis Office**

Estação	IF_Adjust			Datageosis Office		
	Sigma X(m)	Sigma Y(m)	Sigma h(m)	Sigma X(m)	Sigma Y(m)	Sigma h(m)
P13	0,001157	0,001151	0,018405	0,002300	0,002300	0,019500
P14	0,001616	0,001516	0,021236	0,002800	0,003000	0,021000
P15	0,001995	0,001699	0,018354	0,002200	0,001900	0,010000

A comparação desvios-padrão do IF\_Adjust com os do DataGeosis Office estão expostas na tabela 47.

**Tabela 47: Diferença entre os Desvios-Padrão do IF\_Adjust e do DataGeosis Office**

Estação	Diferenças		
	$\Delta(\text{Sigma X})$	$\Delta(\text{Sigma Y})$	$\Delta(\text{Sigma h})$
P13	-0,001143	-0,001149	-0,001095
P14	-0,001184	-0,001484	0,000236
P15	-0,000205	-0,000201	0,008354

Os desvios-padrão do IF\_Adjust e do Topograph 98 SE (Método Paramétrico) expostos na tabela 48.

**Tabela 48: Desvios-Padrão do IF\_Adjust e do Topograph 98 SE (M. Paramétrico)**

Estação	IF_Adjust			Topograph 98 SE (M. Paramétrico)		
	Sigma X(m)	Sigma Y(m)	Sigma h(m)	Sigma X (m)	Sigma Y (m)	Sigma h (m)
P13	0,001157	0,001151	0,018405	0,001050	0,001140	0,000890
P14	0,001616	0,001516	0,021236	0,001300	0,001410	0,001090
P15	0,001995	0,001699	0,018354	0,000890	0,000770	0,001090

A comparação desvios-padrão do IF\_Adjust com os Topograph 98 SE (Método Paramétrico) estão expostas na tabela 49.

**Tabela 49: Diferença dos Desvios-Padrão do IF\_Adjust e do Topograph 98 SE (M. Paramétrico)**

Estação	Diferenças		
	$\Delta(\text{Sigma X})$	$\Delta(\text{Sigma Y})$	$\Delta(\text{Sigma h})$
P13	0,000107	0,000011	0,017515
P14	0,000316	0,000106	0,020146
P15	0,001105	0,000929	0,017264

Os TopoEVN 6.0 e o Topograph 98 SE (Método Correlato) não expõe os valores dos desvios-padrão após o ajustamento.

## 6. Conclusão

O desenvolvimento de um *software* capaz de realizar os cálculos de ajustamento de modo confiável que sirva como padrão de qualidade foi realizado com qualidade, permitindo assim que os *softwares* comerciais tivessem seus resultados analisados.

Através da comparação dos resultados obtidos pelo processamento de uma poligonal nos diversos *softwares* foram encontradas inúmeras divergências, principalmente a respeito das observações.

O Topograph 98 SE apresentou problemas no ajustamento tendo seus valores divergentes entre o método paramétrico e o método correlato, ambos contidos no *software* e por teoria os resultados teriam de ser muito semelhantes. No Topograph 98 SE o método paramétrico apresentou um dos melhores ajustamentos altimétricos, e em compensação o método correlato apresentou o pior.

O TopoEVN 6.0 apresentou valor de erro angular divergente dos demais *softwares* antes mesmo de iniciar o processo de ajustamento. Além de ser o *software* que apresentou a maior discrepância nas coordenadas X e Y em relação às obtidas no IF\_Adjust.

O DataGeosis Office foi o melhor *software* no ajustamento das coordenadas X e Y e um dos melhores ajustamentos para as cotas em relação ao IF\_Adjust. O valor das coordenadas variou na maioria dos casos menos de 1 milímetro, e nas cotas inferiores a 9 milímetros.



Levando em consideração todas as comparações realizadas e valores obtidos o melhor *software* para ajustamento de poligonais topográficas testado e disponível no mercado é o DataGeosis Office. Para os demais *softwares* existe a necessidade de verificar as versões mais recentes para verificar se os problemas aqui encontrados já foram sanados.

Ficou claro que boa parte dos *softwares* disponíveis no mercado parece apresentar algum erro relacionado aos processos de ajustamento de poligonais topográficas assim pelo valor que são ofertados deveriam apresentar um processo confiável ausente de problemas. Considerando que esses *softwares* estão sendo comercializados há vários anos, o número de trabalhos que tiveram sua qualidade comprometida por algoritmos mal desenvolvidos é imensurável.

A necessidade de um *software* de topografia completo, gratuito, confiável, de simples utilização e de código livre tornou-se ainda mais urgente no cenário comercial e acadêmico. Pois diversas aplicações que estão consolidadas não tem a devida confiabilidade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORGES, P. A. F.. **Manual:** DataGeosis Versão 2.3. São Paulo: Alezi Teodolini, 2004.199 p.

CAMARGO, P.O. **Ajustamento de Observações.** Apostila da disciplina de Ajustamento de Observações do Curso de Engenharia Cartográfica da UNESP no campus de Presidente Prudente. Presidente Prudente: FCT/UNESP - Departamento de Cartografia, 2000. 220 p.

FRÓES, V. N.. **Topografia Básica.** Goiânia: PUC/GO – Departamento de Engenharia.

Disponível em:

<[http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/17410/material/TOPOGRAFIA%20BASICA\\_VNF.pdf](http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/17410/material/TOPOGRAFIA%20BASICA_VNF.pdf)>. Acesso em: 19 mar. 2017.

GEMAEL, C.; MACHADO, A. M. L.; WANDERSON, R.. **Introdução ao Ajustamento de Observações:** Aplicações Geodésicas – 2 ed.. Curitiba: Ed. UFPR, 2015. 430 p. (Pesquisa; 281).

GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações:** Aplicações Geodésicas. Curitiba: Ed. UFPR, 1994. Reimpressão 2004. 319 p. (Pesquisa; 14).

MATHWORKS. **MATLAB:** The Language of Technical Computing. Disponível em:

<<https://www.mathworks.com/products/matlab.html>>. Acesso em: 12 mar. 2017.

MÉTRICA TECNOLOGIA. **TopoEVN:** Manual do Usuário. 2ª ed. Brasil:[s.n.], 2008. 180 p.

MORAES, C. V.. **Aplicação do Ajustamento às Poligonais**. Dissertação de Mestrado em Ciências Geodésicas. Curitiba: UFPR, 1997. 185 p.

NAZARENO, N. R. X. **Ajustamento de Observações: Notas de Aula**. Goiânia: IFG, 2012. 93 p.

OLIVEIRA, E. R.. **topoGRAPH 98 SE: Manual Prático**. Palmas: Ed. Indi, 2008. 217 p.

SILVA, H. A.. **Adequação de Softwares Comerciais às Exigências da Lei 10.267/2001**.

Presidente Prudente: FCT/Unesp, 2007. Disponível em:

<[http://www.fct.unesp.br/Home/Pesquisa/GEGE/SoftwareRelatorio\\_AJURGPS.pdf](http://www.fct.unesp.br/Home/Pesquisa/GEGE/SoftwareRelatorio_AJURGPS.pdf)>. Acesso em: 15 mar. 2017.

TEUNISSEN, P. J. G.. **Testing Theory: An Introduction**. Delft, Holanda: Delft University Press, 2000.