

**INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SUL DE MINAS GERAIS**
Câmpus Inconfidentes

LEANDRO JOSÉ DO COUTO DIAS

**ESTUDO SOBRE OS SISTEMAS FUZZY E APLICAÇÃO DO
ALGORITMO ASBRF**

INCONFIDENTES-MG,

2014

LEANDRO JOSÉ DO COUTO DIAS

**ESTUDO SOBRE OS SISTEMAS FUZZY E APLICAÇÃO DO
ALGORITMO ASBRF**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como pré-requisito de conclusão do curso de graduação Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais – Câmpus Inconfidentes, para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. MSc. Flávio Fernandes Barbosa Silva

INCONFIDENTES-MG,

2014

LEANDRO JOSÉ DO COUTO DIAS

ESTUDO SOBRE OS SISTEMAS FUZZY E APLICAÇÃO DO
ALGORITMO ASBRF

Data de Aprovação: 13 de Novembro de 2014

Prof. MSc. Flávio Fernandes Barbosa Silva (Orientador)
IFSULDEMINAS - Câmpus Inconfidentes

Prof. PhD. Carlos Cezar da Silva
IFSULDEMINAS - Câmpus Inconfidentes

Prof. MSc. Joelson Dayvison Veloso Hermes
IFSULDEMINAS - Câmpus Inconfidentes

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a Deus pela força e determinação ao longo destes anos de estudo.

Aos meus pais Marcos e Marta pelo apoio e encorajamento ao longo desses anos, pela minha educação moral e por todo carinho e amor dado e, também, à minha irmã Luana.

Aos meus avós, em especial a minha avó Cléria, pelo incentivo nos estudos e pelo amor e carinho passado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os professores que passaram pela minha formação, por todo conhecimento passado e pelo incentivo aos estudos.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas de sala Aline, Ariadne, Jaqueline, Eliene, Letícia, Rita, Deusa, Priscila, Juliana, Luciana, Kátia, Vanessa, Marcos, André, Roberson e Cláudio, pela amizade, convívio e por todo apoio dado ao longo dessa jornada e também agradecer aqueles colegas que iniciaram o curso, mas escolheram seguir outros caminhos.

Agradeço a todos os meus amigos de Borda da Mata pela força e pelo apoio dado, em especial André, Valdeir e Eder. E, também, aos amigos e colegas de trabalho do IFSULDEMINAS.

Agradeço ao meu orientador Flávio Fernandes por todo conhecimento passado, incentivo aos estudos e a construir este trabalho.

*Um muito obrigado!
Deus abençoe a todos.*

“Uma semente não constitui uma pilha nem duas nem três... mas por outro lado todo mundo irá concordar que 100 milhões de sementes constitui uma pilha. Afinal qual é o limite apropriado? Nós podemos dizer que 325647 sementes não constitui uma pilha, mas 325648 constitui?”

(Borel 1950)

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar um estudo sobre o funcionamento dos Sistemas *Fuzzy*, assim como, exemplo de modelagem e aplicação do algoritmo ASBRF a fim de desenvolver um sistema que avalia a qualidade do morango após armazenamento refrigerado. Para este fim, primeiramente, será estudado os principais conceitos e definições da teoria dos conjuntos *fuzzy*, pelo qual se baseiam os Sistemas *Fuzzy*. Posteriormente, será estudado o funcionamento dos Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy*, descrevendo cada um dos quatro componentes. Por fim, é apresentado um exemplo de modelagem e aplicação do algoritmo ASBRF a fim de desenvolver um sistema que avalia a qualidade do morango após armazenamento refrigerado. Concluímos que, a técnica de modelagem utilizando conjuntos *fuzzy* pode trazer mais satisfação do que técnicas convencionais, pelo motivo das variáveis serem qualificadas por termos linguísticos e quantificadas por funções de pertinência que, desta forma, facilita a construção do modelo matemático.

Palavras-chave: Sistemas Fuzzy, Algoritmo do SBRF, Aplicações.

Abstract

In this work the objective is to present a study on Fuzzy Systems and an example of modeling and application of the ASBRF algorithm to evaluate the quality of the Strawberry after refrigerated storage. First, will be studied the main concepts and definitions about Fuzzy Sets Theory. After that, will be studied the functioning of the Fuzzy Rule-Based Systems and described each of the four components. Lastly, is presented an example of modeling and application of the ASBRF algorithm to evaluate the quality of the Strawberry after refrigerated storage. The modeling technique using Sets Fuzzy can be more satisfactory than conventional techniques because the variables are qualified by linguistic terms and quantified by membership functions, in this way facilitating the construction of the mathematical model.

Keywords: Fuzzy Systems, FRBS Algorithm, Applications.

Sumário

Epígrafe	i
Resumo	ii
Abstract	iii
Sumário	v
Lista de Figuras	vi
Lista de Quadros	vii
Introdução	1
1 Teoria dos Conjuntos <i>Fuzzy</i>	3
1.1 Conjuntos <i>Fuzzy</i>	3
1.2 Operações com Conjuntos <i>Fuzzy</i>	4
1.3 Normas Triangulares	7
2 Sistema Baseado em Regras <i>Fuzzy</i>	8
2.1 Relações <i>Fuzzy</i>	8
2.1.1 Composição entre Relações <i>Fuzzy</i>	9
2.2 Regras e Inferência <i>Fuzzy</i>	9
2.3 Variáveis Linguísticas	9
2.3.1 Termos Linguísticos	10
2.4 Sistemas Baseados em Regras <i>Fuzzy</i>	11
2.4.1 Processador de Entrada (Fuzzificação)	12
2.4.2 Base de Regras	12

2.4.3	Máquina de Inferência <i>Fuzzy</i>	12
2.4.4	Processador de Saída (Defuzzificação)	14
3	Aplicação do ASBRF	15
3.1	Qualidade do Morando Após Armazenamento	15
3.1.1	Modelagem	16
3.1.2	Simulações	21
4	Conclusão	24
	Referências Bibliográficas	25
	Anexos	27

Lista de Figuras

1.1	Conjuntos <i>fuzzy</i> A e B	5
1.2	União dos conjuntos <i>fuzzy</i> A e B	5
1.3	Interseção dos conjuntos <i>fuzzy</i> A e B	6
1.4	Conjunto <i>fuzzy</i> A e seu complementar A'	6
2.1	Variáveis Linguísticas.	10
2.2	Função de Pertinência Trapezoidal.	11
2.3	Arquitetura dos Sistemas Baseados em Regras <i>Fuzzy</i>	11
2.4	Método de Mamdani com composição <i>max-min</i>	13
2.5	Centro de Gravidade.	14
3.1	Algoritmo Sistema Baseado em Regras <i>Fuzzy</i>	17
3.2	Função de pertinência “Temperatura” (°C).	19
3.3	Função de pertinência “Umidade Relativa” (%).	19
3.4	Função de pertinência “Qualidade do Morango Após Armazenamento”. . .	20
3.5	Defuzzificação, DADOS=[0 91].	21
3.6	Defuzzificação, DADOS=[-3 98].	22
3.7	Vista Geral.	22
3.8	Vista Lateral A.	22
3.9	Vista Lateral B.	23
3.10	Vista Superior.	23

Lista de Quadros

3.1	Classificação da Qualidade do Morango Após Armazenamento.	17
3.2	Base de Regras.	20

Introdução

A teoria dos conjuntos *fuzzy*¹, recente do ponto de vista de historiografia, vem se desenvolvendo e ganhando espaço e, cada vez mais, está sendo usada como ferramenta para formulação de modelos nos vários campos das ciências. Essa teoria foi introduzida, por volta do ano de 1965, pelo matemático Lotfi A. Zadeh, e o seu desenvolvimento e suas aplicações vêm apresentando uma evolução muito rápida. Podemos dizer que esta teoria já tem um lugar de destaque, com suas aplicações práticas cada vez mais bem sucedidas (Barros & Bassanezi, 2006).

O objetivo principal deste trabalho é apresentar um estudo sobre o funcionamento dos Sistemas *Fuzzy*, assim como, exemplo de modelagem e aplicação do algoritmo ASBRF a fim de desenvolver um sistema que avalia a qualidade do morango após armazenamento refrigerado.

A teoria dos conjuntos *fuzzy* é uma extensão da teoria dos conjuntos clássicos tradicionais. Na teoria dos conjuntos clássicos, dado um elemento x e um subconjunto A do conjunto universo U , a pertinência é caracterizada por x não-pertence a A ou x pertence a A , tendo como valores lógicos 0 e 1, respectivamente. Na teoria dos conjuntos *fuzzy* a pertinência é caracterizada através de uma *função de pertinência* que estabelece o *grau de pertinência* do elemento x ao conjunto A , sendo que este *grau* esteja entre o intervalo 0 e 1. A teoria dos conjuntos *fuzzy* é a base principal de um sistema que se baseia em regras *fuzzy*. Um Sistema Baseado em Regras *Fuzzy* - SBRF, a grosso modo, modela matematicamente uma situação a fim de obter respostas a algum tipo de problema. Este tipo de sistema é utilizado em problemas de modelagem, controle e classificação. Um exemplo de modelagem por sistemas *fuzzy* será apresentado neste trabalho. Para este fim, utilizamos o algoritmo ASBRF produzido por Silva (2011) como ferramenta de modelagem e, também, um trabalho produzido por Rodrigues et al. (2012) que trata sobre

¹A palavra “*Fuzzy*” procede da língua inglesa e significa incerto, impreciso, vago, nebuloso, difuso.

armazenamento refrigerado de morangos, com a finalidade de colher os dados necessários para que pudessemos modelar e simular algumas saídas.

Concluimos que, a técnica de modelagem utilizando conjuntos *fuzzy* pode trazer mais satisfação do que técnicas convencionais, pelo motivo das variáveis serem qualificadas por termos linguísticos e quantificadas por funções de pertinência que, desta forma, facilita a construção do modelo matemático.

Este trabalho está estruturado da seguinte maneira:

- No Primeiro Capítulo introduziremos os principais conceitos e definições matemáticos sobre a teoria dos conjuntos *fuzzy*, no qual, é a base principal de um sistema que se baseia em regras *fuzzy*. Consultamos os seguintes autores para construção deste capítulo (Barros & Bassanezi, 2006; Jafelice et al, 2012; Silva, 2011).
- No Segundo Capítulo veremos o funcionamento dos Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy* - SBRF, descrevendo cada um dos quatro componentes do sistema. Isto nos dará base necessária para modelarmos o exemplo apresentado no Terceiro Capítulo. Consultamos os seguintes autores para construção deste capítulo (Barros & Bassanezi, 2006; Bellucci, 2009; Jafelice et al, 2012; Silva, 2011).
- No Terceiro Capítulo daremos um exemplo de modelagem e aplicação do algoritmo ASBRF a fim de desenvolver um sistema que avalia a qualidade do morango após armazenamento refrigerado. Identificamos e construímos as variáveis linguísticas de entrada e saída, assim como seus respectivos termos linguísticos. Através do bom senso, criamos a base de regras *fuzzy* e finalmente simulamos algumas saídas para constatar a qualidade do morango após armazenamento refrigerado.
- No Quarto Capítulo teremos as conclusões sobre o trabalho.

Capítulo 1

Teoria dos Conjuntos *Fuzzy*

Neste capítulo introduziremos as principais definições e conceitos matemáticos sobre teoria dos conjuntos *fuzzy*. Os autores consultados para construção deste capítulo foram (Barros & Bassanezi, 2006; Jafelice et al, 2012; Silva, 2011).

1.1 Conjuntos *Fuzzy*

Definição 1.1 *Um subconjunto fuzzy F do conjunto universo U é definido em termos de uma função de pertinência μ que a cada elemento x de U associa um número $\mu(x)$, entre Zero e Um chamado de grau de pertinência de x a F .*

Assim, o conjunto *fuzzy* F é simbolicamente indicado por sua função de pertinência

$$\mu_F : U \rightarrow [0, 1].$$

Os valores $\mu_F(x) = 1$ e $\mu_F(x) = 0$ indicam, respectivamente, a pertinência plena e a não pertinência do elemento x a F .

É interessante notar que um subconjunto clássico A de U é um particular conjunto *fuzzy* para o qual a função de pertinência é a função característica de A , isto é,

$$\mu_F : U \rightarrow \{0, 1\}.$$

Do ponto de vista formal, a definição de subconjunto *fuzzy* foi obtida simplesmente ampliando-se o contra domínio da função característica, que é o conjunto $\{0,1\}$, para o intervalo $[0,1]$.

Exemplo 1.1 Considere o subconjunto *fuzzy* F dos números inteiros próximos de zero

$$F = \{n \in \mathbb{Z} : n \text{ é próximo de zero} \}$$

O número 1 está próximo de zero? E o número 10? Baseando-se na teoria *fuzzy*, poderíamos dizer que ambos percentem ao subconjunto F porém com graus de pertinência diferentes, de acordo com a propriedade que caracteriza o conjunto. Considere a função de pertinência $\mu_F(n)$, escolhida arbitrariamente para caracterizar o grau de pertinência dos números próximos de zero

$$\mu_F(n) = \frac{1}{n^2 + 1}$$

poderíamos dizer que o número 1 pertence a F com grau de pertinência $\mu_F(1) = 0,5$, enquanto o número 10 pertence a F com grau de pertinência $\mu_F(10) \cong 9,9 \times 10^{-3}$.

1.2 Operações com Conjuntos *Fuzzy*

Definição 1.2 *Sejam A e B subconjuntos clássicos de U representados pelas funções características μ_A e μ_B , respectivamente. Os conjuntos*

$$A \cup B = \{x \in U : x \in A \text{ ou } x \in B\},$$

$$A \cap B = \{x \in U : x \in A \text{ e } x \in B\},$$

$$A' = \{x \in U : x \notin A\},$$

possui, respectivamente, as funções características

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max \{\mu_A(x), \mu_B(x)\},$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{\mu_A(x), \mu_B(x)\},$$

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad \forall x \in U.$$

Pensando novamente em conjuntos *fuzzy* como sendo caracterizados pelas funções de pertinências que são extensões de funções características, podemos definir união, interseção e complementar de conjuntos *fuzzy*.

Sejam A e B conjuntos *fuzzy*

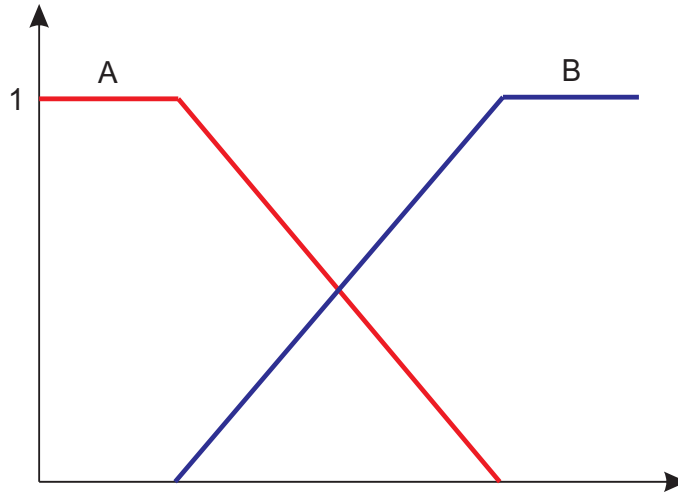


Figura 1.1: Conjuntos *fuzzy* A e B .

Definição 1.3 A **união** entre os conjuntos *fuzzy* A e B é o subconjunto *fuzzy* de U cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad \forall x \in U,$$

e está representado pela Figura 1.2.

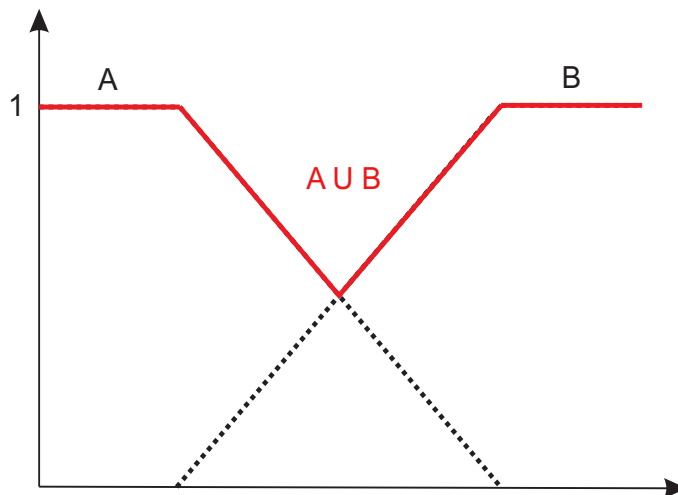


Figura 1.2: União dos conjuntos *fuzzy* A e B .

Definição 1.4 A *interseção* entre os conjuntos fuzzy A e B é o subconjunto fuzzy de U cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad \forall x \in U,$$

e está representado pela Figura 1.3.

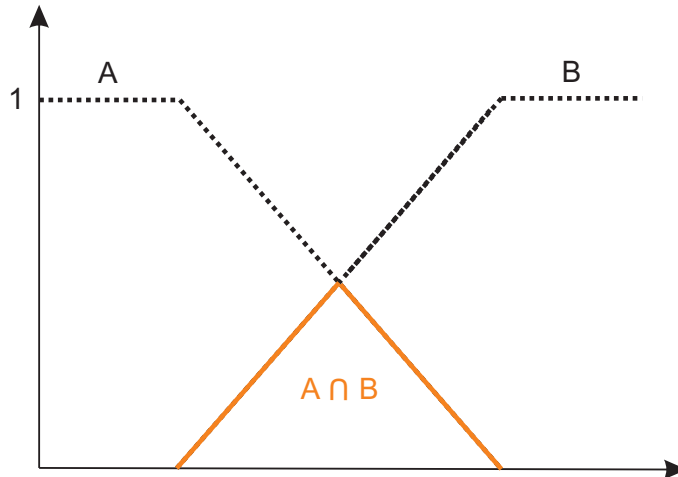


Figura 1.3: Interseção dos conjuntos fuzzy A e B .

Definição 1.5 O *complementar* do conjunto fuzzy A é o subconjunto fuzzy A' de U cuja função de pertinência é dada por

$$\mu_{A'}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in U,$$

e está representado pela Figura 1.4.

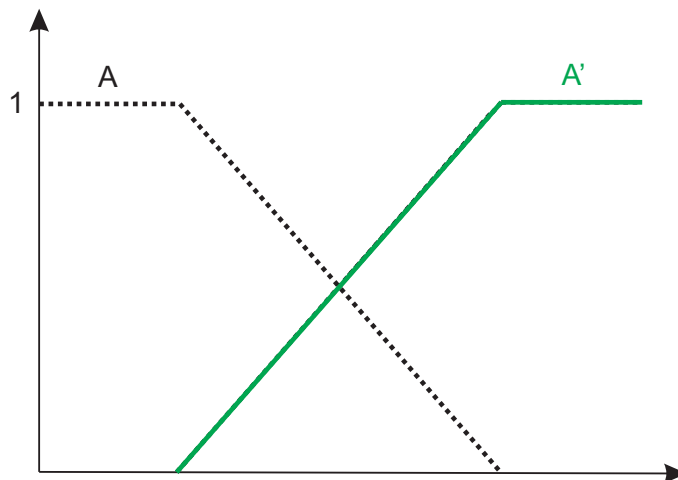


Figura 1.4: Conjunto fuzzy A e seu complementar A' .

1.3 Normas Triangulares

As normas triangulares (s-norma) e (t-norma) são generalizações dos operadores União e Interseção, respectivamente.

Definição 1.6 *Uma co-norma triangular (s-norma) é uma operação binária $\diamond: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ tal que, $\forall x, y, z$ e $w \in [0,1]$, satisfaz as seguintes condições*

i Comutatividade: $x \diamond y = y \diamond x$

ii Associatividade: $x \diamond (y \diamond z) = (x \diamond y) \diamond z$

iii Monotocidade: Se $x \leq y$ e $w \leq z$ então $x \diamond w \leq y \diamond z$

iv Condições de fronteira: $x \diamond 0 = x$, $x \diamond 1 = 1$.

Exemplo (s-norma)

União Padrão $\diamond: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $x \diamond y = \text{máx}(x, y)$

Definição 1.7 *Uma norma triangular (t-norma) é uma operação binária $\Delta: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ tal que, $\forall x, y, z$ e $w \in [0,1]$, satisfaz as seguintes condições*

i Comutatividade: $x \Delta y = y \Delta x$

ii Associatividade: $x \Delta (y \Delta z) = (x \Delta y) \Delta z$

iii Monotocidade: Se $x \leq y$ e $w \leq z$ então $x \Delta w \leq y \Delta z$

iv Condições de fronteira: $0 \Delta x = 0$, $1 \Delta x = x$.

Exemplo (t-norma)

Interseção Padrão $\Delta: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ com $x \Delta y = \text{mín}(x, y)$

Capítulo 2

Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*

Neste capítulo veremos o funcionamento dos Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy* - SBRF também conhecido como *Sistemas Fuzzy*, sendo esta ferramenta utilizada para a modelagem de problemas do nosso cotidiano utilizando a teoria dos conjuntos *fuzzy*. Para construção deste capítulo consultamos os seguintes autores (Barros & Bassanezi, 2006; Bellucci, 2009; Jafelice et al, 2012; Silva, 2011).

2.1 Relações *Fuzzy*

A relação de conjuntos *fuzzy* é uma extensão da relação dos conjuntos clássicos e será definido a seguir.

Definição 2.1 *Uma relação fuzzy R , sobre $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, é qualquer subconjunto fuzzy do produto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. Se o produto cartesiano for formado por apenas dois conjuntos, $U_1 \times U_2$, a relação é chamada de fuzzy binária sobre $U_1 \times U_2$.*

A principal vantagem na opção pela relação *fuzzy* é que a relação clássica indica apenas se há ou não relação entre dois objetos, enquanto uma relação *fuzzy* além de indicar se existe ou não a relação, indica também o grau desta relação (Jafelice et al, 2012).

Definição 2.2 *O produto cartesiano fuzzy $A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n$ dos subconjuntos fuzzy A_1, A_2, \dots, A_n de U_1, U_2, \dots, U_n , é a relação fuzzy R cuja função de pertinência é*

$$u_R(x_1, x_2, \dots, x_n) = u_{A_1}(x_1) \wedge u_{A_2}(x_2) \wedge \dots \wedge u_{A_n}(x_n)$$

onde \wedge é a t -norma min.

2.1.1 Composição entre Relações *Fuzzy*

Considere R e S duas relações *fuzzy* binárias em $U_1 \times U_2$ e $U_2 \times U_3$, respectivamente.

Definição 2.3 A composição $R \circ S$ é uma relação *fuzzy* binária em $U_1 \times U_3$, com função de pertinência dada por

$$u_{R \circ S}(x_1, x_3) = \max_{x_2 \in U_2} [\min(u_R(x_1, x_2), u_S(x_2, x_3))].$$

Quando os conjuntos U_1 , U_2 e U_3 são finitos, então a forma matricial da relação $R \circ S$, dada pela composição max-min, é obtida como uma multiplicação de matrizes substituindo-se o produto pelo mínimo e a soma pelo máximo (Jafelice et al, 2012).

2.2 Regras e Inferência *Fuzzy*

Uma regra é uma sentença da forma ‘Se X é A então Y é B ’, onde A e B são conjuntos *fuzzy* em X e Y , respectivamente. Tal regra pode ser interpretada como uma relação *fuzzy* R entre A e B cuja função de pertinência $u_R(x, y)$ depende de $u_A(x)$ e $u_B(y)$ para cada $(x, y) \in X \times Y$. Para este trabalho, utilizamos a função mínimo para essa dependência, ou seja,

$$u_R(x, y) = u_A(x) \wedge u_B(y).$$

Desta forma, $R = A \times B$. Essa foi a modelagem dada por Mamdani para representar a regra ‘Se X é A então Y é B ’. Na teoria de raciocínio aproximado, essas sentenças são modeladas por implicações *fuzzy* (Barros & Bassanezi, 2006). Para uma coleção de regras *fuzzy*, usa-se um operador s -norma para conectá-los, como por exemplo operador “máximo”.

2.3 Variáveis Linguísticas

As variáveis linguísticas são variáveis que permitem a descrição de informações que estão normalmente disponibilizadas de forma qualitativa, podendo ser representadas por conjuntos *fuzzy*. Estas são expressas qualitativamente através de termos linguísticos (*que fornece conceito à variável*) e quantitativamente por uma função de pertinência (Silva, 2011).

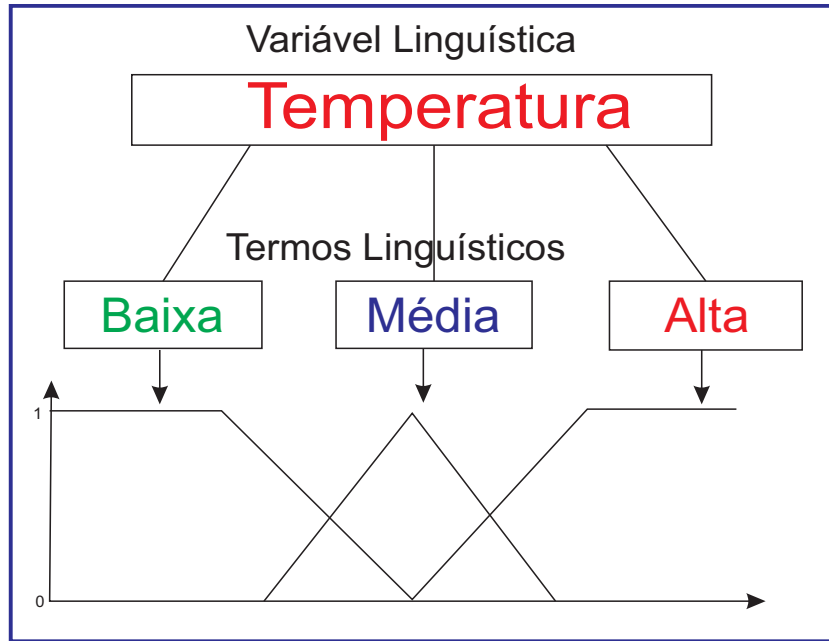


Figura 2.1: Variáveis Linguísticas.

2.3.1 Termos Linguísticos

A cada variável linguística de entrada, devem ser atribuídos termos linguísticos, que representam os estados desta variável. Além disto, deve-se associar um conjunto *fuzzy* a cada termo linguístico de entrada, por meio de uma função de pertinência (Silva, 2011).

Por exemplo, Figura 2.1, a variável linguística “Temperatura” pode ter o conjunto de termos linguísticos (*Baixa*, *Média*, *Alta*), sendo que cada termo linguístico representa um conjunto *fuzzy* específico.

Neste trabalho utilizaremos funções de pertinência do tipo Trapezoidal.

Definição 2.4 Um número fuzzy (F, μ_F) é dito trapezoidal se μ_F for da forma

$$\mu_F(x) = \begin{cases} \frac{x-v_1}{v_2-v_1} & \text{se } v_1 \leq x < v_2 \\ 1 & \text{se } v_2 \leq x \leq v_3 \\ \frac{v_4-x}{v_4-v_3} & \text{se } v_3 < x \leq v_4 \\ 0 & \text{Caso contrário} \end{cases}$$

e está representado pela Figura 2.2.

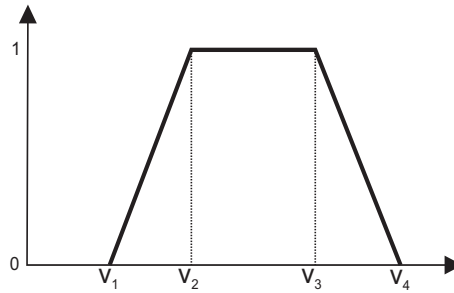


Figura 2.2: Função de Pertinência Trapezoidal.

2.4 Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy*

Os Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy* - SBRF possuem quatro componentes: um processador de entrada que realiza a fuzzificação dos dados de entrada, uma coleção de regras *fuzzy* chamada base de regras, uma máquina de inferência *fuzzy* e um processador de saída que fornece um vetor como saída (Jafelice et al, 2012).

A Figura 2.3 extraída de Jafelice et al. (2012), indica como estão conectados estes componentes, supondo que $x \in \mathbb{R}^n$ e $y \in \mathbb{R}^m$.

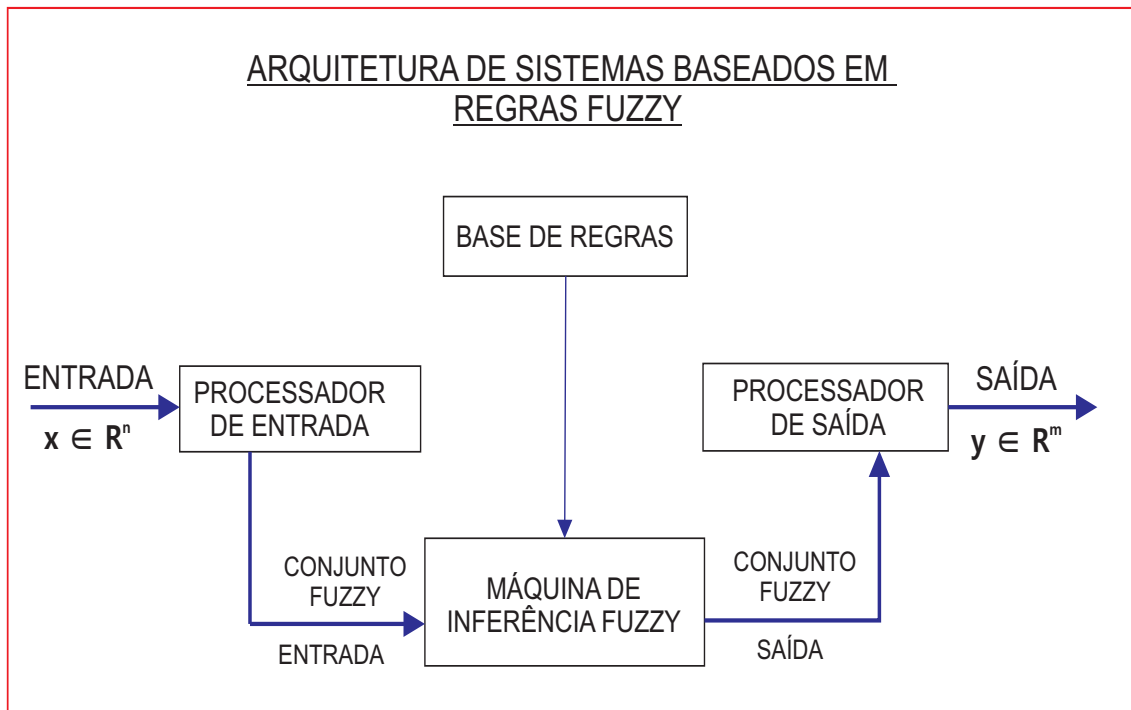


Figura 2.3: Arquitetura dos Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy*.

Após estabelecida a base de regras, ou seja, como relacionam os conjuntos *fuzzy* pela forma *Se...então...*, um SBRF pode ser visto como um mapeamento entre

a entrada e a saída da forma $y = f(x)$, $x \in \mathbb{R}^n$ e $y \in \mathbb{R}^m$ (caminho em negrito-azul na Figura 2.3). Este tipo de sistema é amplamente utilizado em problemas de modelagem, controle e classificação (Jafelice et al, 2012). Os componentes do SBRF são descritos a seguir:

2.4.1 Processador de Entrada (Fuzzificação)

Neste componente as entradas do sistema são modeladas por conjuntos *fuzzy*, ou seja, associa-se cada entrada a uma função de pertinência. A atuação de um especialista na área do fenômeno a ser modelado é de fundamental importância para colaborar na construção das funções de pertinências para a descrição das entradas (Jafelice et al, 2012).

2.4.2 Base de Regras

Este componente, juntamente com a máquina de inferência, pode ser considerado o núcleo dos sistemas baseados em regras *fuzzy*. Ele é composto por uma coleção de proposições *fuzzy* na forma

$$\begin{aligned} &\text{Se } x_1 \text{ é } A_1 \text{ e } x_2 \text{ é } A_2 \text{ e } \dots \text{ } x_n \text{ é } A_n \\ &\text{Então } u_1 \text{ é } B_1 \text{ e } u_2 \text{ é } B_2 \text{ e } \dots \text{ } u_n \text{ é } B_n \end{aligned}$$

em que cada uma destas proposições pode, por exemplo, ser descrita linguisticamente de acordo com o conhecimento de um especialista. A base de regras descreve relações entre as variáveis linguísticas, para serem utilizadas na máquina de inferência *fuzzy*. Quanto mais proposições temos na modelagem, mais preciso será o resultado (Bellucci, 2009; Jafelice et al, 2012).

2.4.3 Máquina de Inferência *Fuzzy*

Neste componente, cada proposição *fuzzy* é traduzida matematicamente por meio das técnicas de raciocínio aproximado (Barros & Bassanezi, 2006). Os operadores matemáticos (s-norma e t-norma) serão selecionados para definir a relação *fuzzy* que modela a base de regras. Desta forma, a máquina de inferência *fuzzy* é de fundamental importância para o sucesso do sistema *fuzzy*, já que fornece a saída a partir de cada entrada *fuzzy* e da relação definida pela base de regras (Jafelice et al, 2012).

O Método Mamdani e o Método Takagi-Sugeno são métodos particulares de inferência *fuzzy*. A diferença básica entre esses métodos recai no tipo de conseqüente e no procedimento de defuzzificação. Neste trabalho apresentaremos e utilizaremos apenas o primeiro método.

- **Método de Mamdani**

Uma regra Se (antecedente) então (conseqüente) é definida pelo produto cartesiano *fuzzy* dos conjuntos *fuzzy* que compõem o antecedente e o conseqüente da regra. O método de Mamdani agrega as regras através do operador lógico OU, que é modelado pelo operador máximo e, em cada regra, o operador lógico E é modelado pelo operador mínimo (Jafelice et al, 2012). Veja as regras a seguir em um exemplo genérico:

Regra 1: Se (x_o é A_1 e y_o é B_1) então (z é C_1).

Regra 2: Se (x_o é A_2 e y_o é B_2) então (z é C_2).

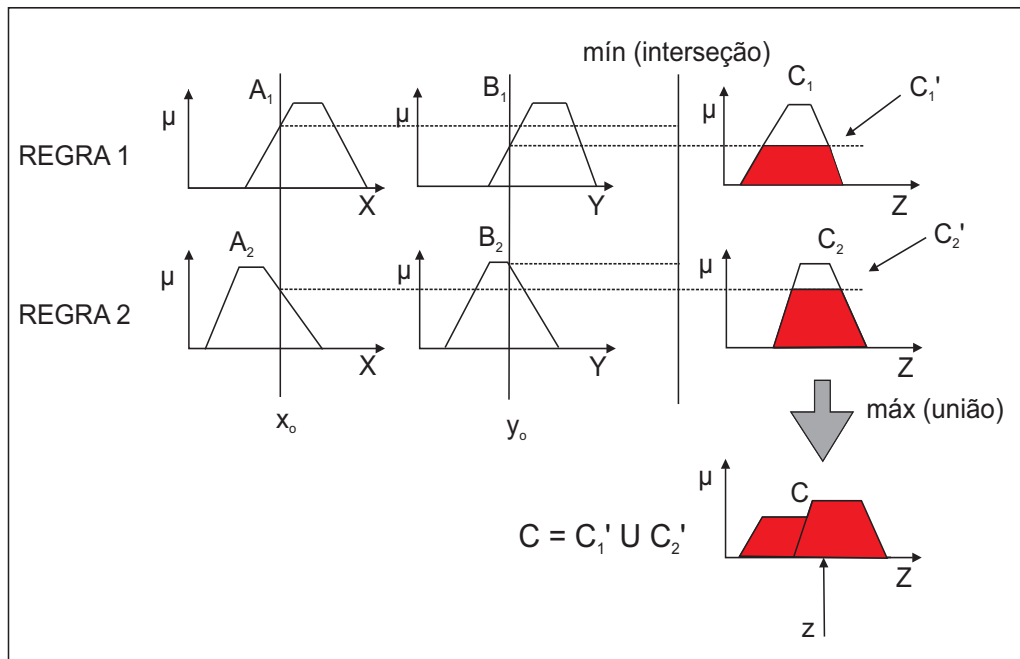


Figura 2.4: Método de Mamdani com composição *max-min*.

A Figura 2.4 extraída e adaptada de Jafelice et al. (2012), ilustra como uma saída real z de um sistema de inferência do tipo Mamdani é gerada a partir das entradas x_o e y_o reais e a regra de composição *max-min*. A saída $z \in \mathbb{R}$ é obtida pela defuzzificação do conjunto *fuzzy* de saída $C = C_1' \cup C_2'$ da Figura 2.4

2.4.4 Processador de Saída (Defuzzificação)

Na teoria dos conjuntos *fuzzy* a defuzzificação é um processo de representar um conjunto *fuzzy* por um número real. Em sistemas *fuzzy* em geral a saída é um conjunto *fuzzy*. Assim, devemos escolher um método para defuzzificar a saída e obter um número real que a represente (Jafelice et al, 2012). A seguir, apresentaremos o método utilizado neste trabalho chamado de “Centro de Gravidade”, também conhecido como centróide ou centro de área.

- **Centro de Gravidade**

Esse método de defuzzificação nos dá a média das áreas de todas as figuras que representam os graus de pertinência de um subconjunto *fuzzy*, por exemplo Figura 2.5.

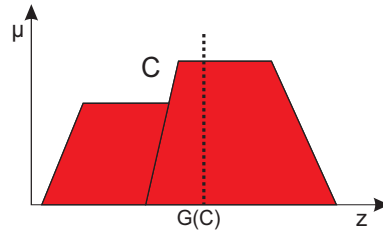


Figura 2.5: Centro de Gravidade.

É semelhante a média ponderada para distribuição de dados, com a diferença que os pesos são os valores $C(z_i)$ que indicam o grau de compatibilidade do valor z_i com conceito modelado pelo conjunto *fuzzy* C .

Para um domínio discreto tem-se

$$G(C) = \frac{\sum_{i=0}^n z_i C(z_i)}{\sum_{i=0}^n C(z_i)} \quad (2.1)$$

Para um domínio contínuo tem-se

$$G(C) = \frac{\int_{\mathbf{R}} u C(u) du}{\int_{\mathbf{R}} C(u) du} \quad (2.2)$$

onde \mathbf{R} é a região de integração.

Capítulo 3

Aplicação do ASBRF

Neste capítulo veremos um exemplo de modelagem e aplicação do Algoritmo do Sistema Baseado em Regras *Fuzzy* - ASBRF desenvolvido por Silva (2011). O algoritmo ASBRF foi desenvolvido com o objetivo de executar os mesmos procedimentos do SBRF descrito no capítulo anterior, e que estão contidos no *software* MATLAB através do ferramental chamado de “*Fuzzy Logic Toolbox*”, em que, é empregado em diversas modelagens matemáticas. Utilizamos o *software* OCTAVE que é uma ferramenta computacional de distribuição gratuita similar ao MATLAB para rodar o algoritmo. A estrutura computacional utilizada neste trabalho encontra-se no Anexo 1 - Pág. 27.

3.1 Qualidade do Morando Após Armazenamento

O morango é uma das sobremesas mais apreciadas pelos consumidores, antes de chegar às mesas, o morango passa por várias etapas desde sua colheita nos morangueiros até a maneira de serem transportados. Em uma dessas etapas, o armazenamento refrigerado é de extrema importância, pois garante o tempo de conservação do ‘fruto’ sem afetar sua qualidade até que possa ser distribuído. Mas manter as condições certas do armazenamento refrigerado requer alguns cuidados para evitar que o fruto se estrague. O objetivo deste exemplo é desenvolver um sistema *fuzzy* que avalia a qualidade do morango após o armazenamento refrigerado, utilizando o ASBRF.

Observação 3.1 *Os dados que serão apresentados aqui foram colhidos em Rodrigues et al. (2012) e modelados pelo autor deste trabalho, apenas para exemplificar um caso de sistema fuzzy. É importante ressaltar que a presença de um especialista em armazenamento*

refrigerado é de extrema importância na modelagem do problema.

3.1.1 Modelagem

Através de informações colhidas em Rodrigues et al. (2012) constatou-se que o morango pode ser armazenado com temperatura entre 0 - 1 ($^{\circ}\text{C}$) durante 5 - 7 dias pós-colheita. Variações de temperatura abaixo de -1°C devem ser evitadas pois aumentam o risco de congelamento. Temperaturas mais elevadas proporcionam a rápida aceleração do processo de maturação e diminuem o período de conservação. Com esses dados definimos, para modelagem do problema, a primeira variável linguística de entrada chamada *Temperatura* ($^{\circ}\text{C}$). A esta variável serão atribuídos os seguintes termos linguísticos *baixa*, *média* e *alta*.

Além do controle de temperatura, um outro controle importante no armazenamento refrigerado é a umidade relativa do ar. A Umidade Relativa - UR (%) deve estar entre 90 - 95 (%), pois abaixo desta faixa aumenta a desidratação (murchamento) do fruto e se for mais alta aumenta a putrefação. A partir desses dados, definimos a segunda variável linguística de entrada chamada *Umidade Relativa* (%). A esta variável serão atribuídos os seguintes termos linguísticos *baixa*, *média* e *alta*.

Além dessas duas variáveis linguísticas de entrada, poderíamos, também, ter utilizado outras tais como: velocidade da circulação do ar, controle do nível de O_2 e controle dos nível CO_2 . Porém, em particular para este trabalho, utilizamos apenas as variáveis de entrada “Temperatura” e “Umidade Relativa”, as quais foram qualificadas e quantificadas da seguinte maneira:

- Se a temperatura estiver abaixo de Zero ($^{\circ}\text{C}$), então o termo linguístico que representará esta faixa de valores será *baixa*. Se a temperatura estiver entre 0 e 1 ($^{\circ}\text{C}$), então *média* será o termo linguístico representado. Por fim, a faixa de valores acima de 1 ($^{\circ}\text{C}$) será representado pelo termo linguístico *alta*.
- Se a umidade relativa do ar estiver abaixo de 90%, então o termo linguístico que representará esta faixa de valores será *baixa*. Se a umidade relativa do ar estiver entre 90 e 95 (%), então *média* será o termo linguístico representado. A faixa de valores acima de 95% será representado pelo termo linguístico *alta*.

O Quadro 3.1 apresenta as classificações da Qualidade do Morango Após Armazenamento como função da Temperatura ($^{\circ}\text{C}$) e a Umidade Relativa (%).

Temp ($^{\circ}\text{C}$) \backslash UR (%)	UR (%)		
	< 90%	90 - 95%	> 95%
< 0 $^{\circ}$	<i>ruim</i>	<i>boa</i>	<i>ruim</i>
0 $^{\circ}$ – 1 $^{\circ}$	<i>boa</i>	<i>ótima</i>	<i>boa</i>
> 1 $^{\circ}$	<i>ruim</i>	<i>boa</i>	<i>ruim</i>

Quadro 3.1: Classificação da Qualidade do Morango Após Armazenamento.

O fluxograma do algoritmo ASBRF está apresentado na Figura 3.1. As rotinas exibidas, juntas, exercem os mesmos papéis dos componentes do SBRF descrito no Segundo Capítulo. Os dados inseridos no algoritmo são denotados através de vetores e matrizes.

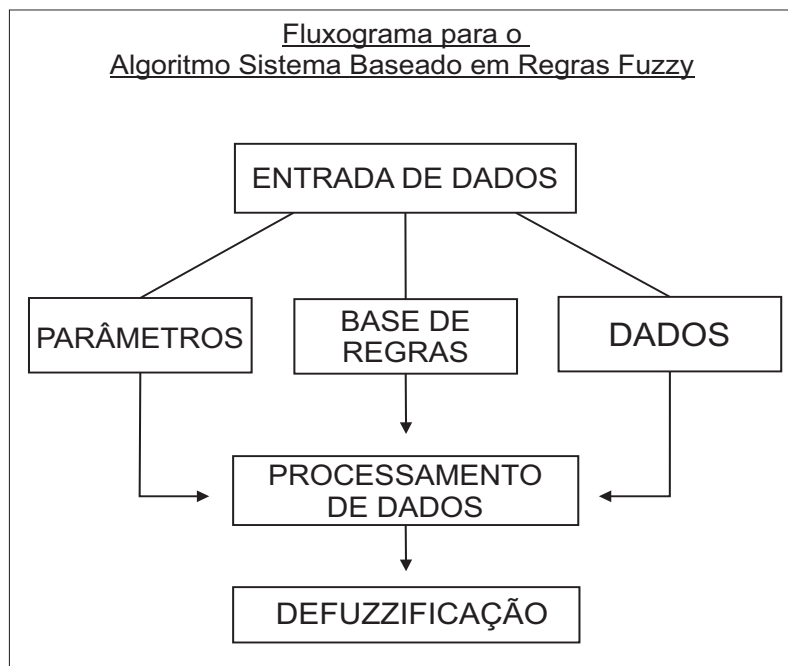


Figura 3.1: Algoritmo Sistema Baseado em Regras *Fuzzy*.

Primeiramente, fazemos a fuzzificação “Entrada dos Dados” das informações descritas acima, aplicando o ASBRF. Inicialmente, entramos com o número de variáveis linguísticas de entrada **NVLE**, neste exemplo, temos duas variáveis linguísticas de entrada que são “Temperatura” e a “Umidade relativa”, assim nosso vetor **NVLE** = [2]. Para cada variável linguística de entrada, informamos o número de termos linguísticos de entrada

NTLE que serão armazenados no vetor **NTLE**. Neste exemplo, cada variável de entrada possui três termos linguísticos, assim, temos o vetor **NTLE** = [3 3].

Os termos linguísticos, das duas variáveis linguísticas de entrada e da variável linguística de saída, serão numerados em ordem crescente com números naturais

Temperatura: *baixa* (1), *média* (2), *alta* (3).

Umidade Relativa: *baixa* (1), *média* (2), *alta* (3).

Qualidade do morango: *ruim* (1), *boa* (2), *ótima* (3).

isso nos auxiliará na construção da base de regras.

Para cada termo linguístico de entrada, deve-se associar um conjunto *fuzzy* por meio de uma função de pertinência. Neste exemplo, utilizamos funções de pertinência do tipo Trapezoidal (*Este tipo de função requer 4 parâmetros para sua construção*). Na rotina “Parâmetros”, entramos com a matriz contendo os vetores dos parâmetros dos termos linguísticos de entrada **PTLE**. Temos em nosso exemplo:

$$\mathbf{PTLE} = \begin{pmatrix} -5 & -5 & -4 & 0,1 \\ -2 & 0,4 & 0,6 & 3 \\ 0,9 & 5 & 6 & 6 \\ 85 & 85 & 86 & 91 \\ 88 & 92,4 & 92,6 & 97 \\ 94 & 99 & 100 & 100 \end{pmatrix}$$

Os valores das três primeiras linhas da matriz **PTLE** correspondem, respectivamente, aos parâmetros das funções de pertinência dos três termos linguísticos da variável linguística “Temperatura”, e os valores das três últimas linhas correspondem, respectivamente, aos parâmetros das funções de pertinência dos três termos linguísticos da variável linguística “Umidade Relativa”. Assim, a representação gráfica das variáveis Temperatura e Umidade Relativa com os seus respectivos termos linguísticos estão exibidos, respectivamente, nas Figuras 3.2 e 3.3.

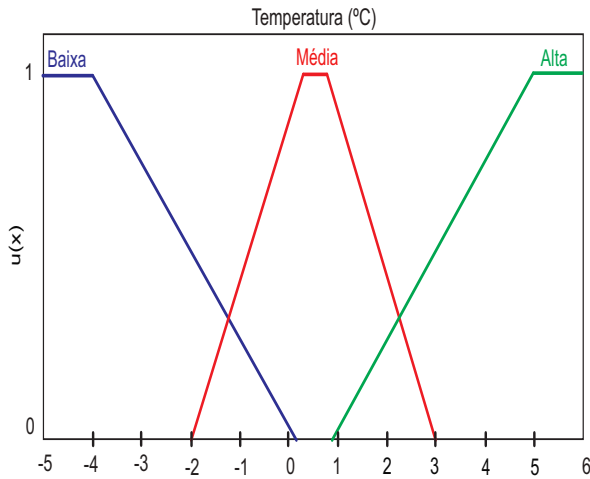


Figura 3.2: Função de pertinência “Temperatura” (°C).

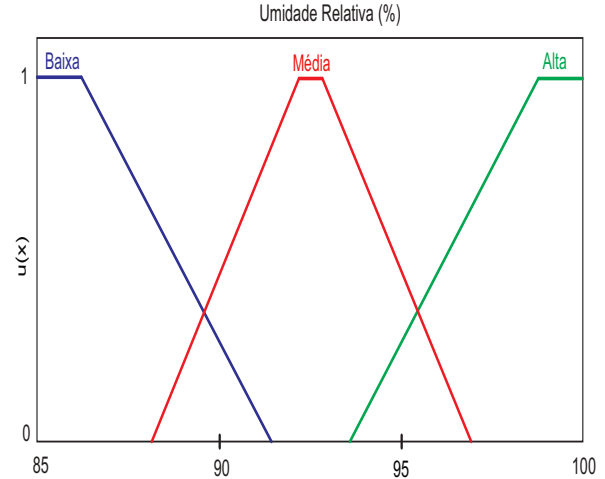


Figura 3.3: Função de pertinência “Umidade Relativa” (%).

A variável linguística de saída “Qualidade do Morango Após Armazenamento” representada pelo vetor $\mathbf{VLS} = [1]$, foi qualificada com três termos linguísticos: *ruim*, *boa* e *ótima*. Assim, o número de termos linguísticos de saída é igual a três, ou seja, temos o vetor $\mathbf{NTLS} = [3]$. As funções de pertinência utilizadas para associar conjuntos *fuzzy* à esses termos linguísticos são, também, do tipo Trapezoidal. Abaixo, temos os parâmetros de cada função de pertinência associada aos termos linguístico de saída, armazenados na matriz \mathbf{PTLS} - Parâmetros dos termos linguísticos de saída.

$$\mathbf{PTLS} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0,15 & 0,45 \\ 0,25 & 0,54 & 0,56 & 0,85 \\ 0,65 & 0,9 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

A Figura 3.4 representa graficamente a variável linguística de saída “Qualidade do Morango Após Armazenamento” com os seus termos linguísticos, distribuída em um intervalo de $[0,1]$.

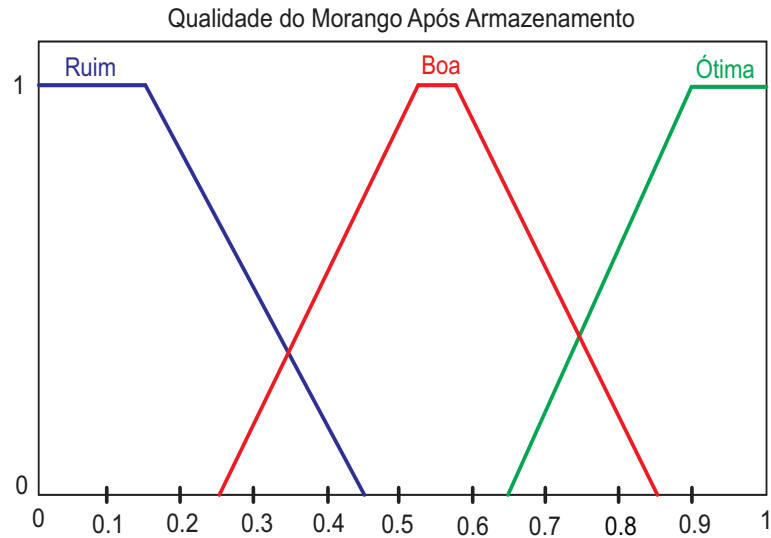


Figura 3.4: Função de pertinência “Qualidade do Morango Após Armazenamento”.

O Quadro 3.2 fornece a base de regras da qualidade do morango após armazenamento, na qual, será representada no ASBRF pela matriz **REGRAS**.

UR (%) \ Temp (°C)	baixa(1)	média(2)	alta(3)
	baixa(1)	<i>ruim</i> (1)	<i>boa</i> (2)
média(2)	<i>boa</i> (2)	<i>ótima</i> (3)	<i>boa</i> (2)
alta(3)	<i>ruim</i> (1)	<i>boa</i> (2)	<i>ruim</i> (1)

Quadro 3.2: Base de Regras.

A partir do Quadro 3.2 , a matriz **REGRAS** foi construída da seguinte maneira:

$$\mathbf{REGRAS} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

A primeira e a segunda coluna dessa matriz representa todas as combinações possíveis entre os termos linguísticos das variáveis Temperatura e Umidade Relativa. Estas combinações são chamadas de *antecedentes*. A última coluna representa os *consequentes* dessas combinações conforme indicado no Quadro 3.2. Por exemplo, observe a segunda linha da matriz **REGRAS** que corresponde a seguinte regra *fuzzy*:

“Se a Temperatura for **baixa**(1) e a Umidade Relativa for **média**(2)
Então a Qualidade do Morango Após Armazenamento é **boa**(2).”

A seguir, veremos algumas simulações para obter a qualidade do morango após o armazenamento refrigerado através do ASBRF.

3.1.2 Simulações

Para simularmos uma saída para o algoritmo ASBRF, atribuímos valores na rotina “Dados”, considere os seguintes exemplos:

- Digamos que o morango seja armazenado a uma temperatura de 0°C e com 91% de umidade relativa do ar. Entramos com esses valores na rotina “Dados”, ou seja vetor **DADOS** = [0 91]. Após o lançamento desses valores, o algoritmo executa a rotina de inferência *fuzzy* “Processamento dos Dados” que utiliza o método de composição *max-min* de Mamdani. Em seguida, a rotina “Defuzzificação” retorna com o valor de saída 0,85 que representa o centro de gravidade do conjunto *fuzzy* da Figura 3.5 e nos diz que se o morango for armazenado com temperatura de 0°C e a umidade relativa estiver em 91%, então a qualidade do morango será ótima, com 85% de qualidade.

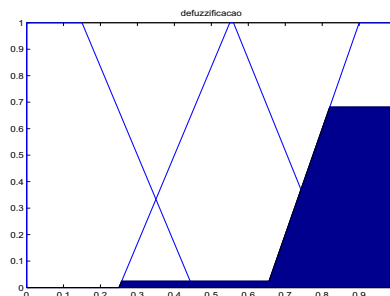


Figura 3.5: Defuzzificação, DADOS=[0 91].

- Agora, digamos que o morango seja armazenado a uma temperatura de -3°C e com 98% de umidade relativa do ar. Novamente, entramos com esses valores na rotina “Dados”, ou seja vetor **DADOS** = $[-3 \ 98]$. Após o lançamento desses valores, o algoritmo executa a rotina de inferência *fuzzy* “Processamento dos Dados” que utiliza o método de composição *max-min* de Mamdani. Em seguida, a rotina “Defuzzificação” retorna com o valor de saída 0,17 que representa o centro de gravidade do conjunto *fuzzy* da Figura 3.6 e nos diz que se o morango for armazenado com temperatura de -3°C e a umidade relativa estiver em 98%, então a qualidade do morango será ruim, com 17% de qualidade.

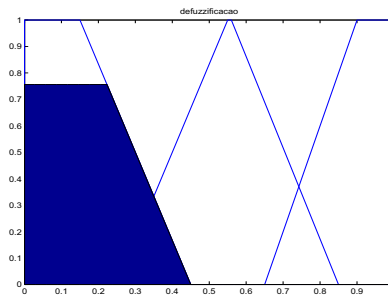


Figura 3.6: Defuzzificação, DADOS= $[-3 \ 98]$.

Simulamos 70 dados aleatórios para ambas as variáveis de entrada, Temperatura e Umidade Relativa. A partir disto, obtemos a superfície em terceira dimensão das soluções possíveis da qualidade do morango após o armazenamento em diferentes visões de rotação, representada pelas Figuras 3.7, 3.8, 3.9 e 3.10.

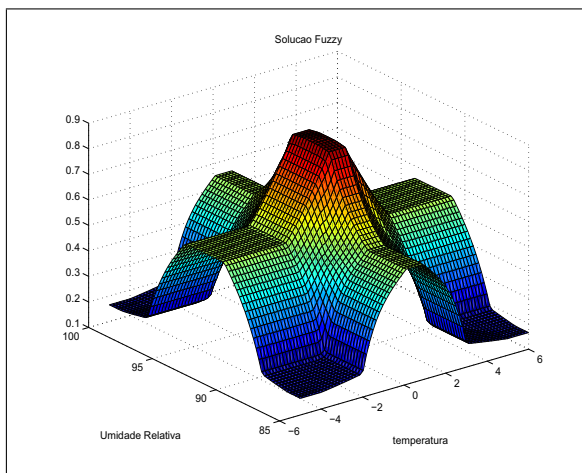


Figura 3.7: Vista Geral.

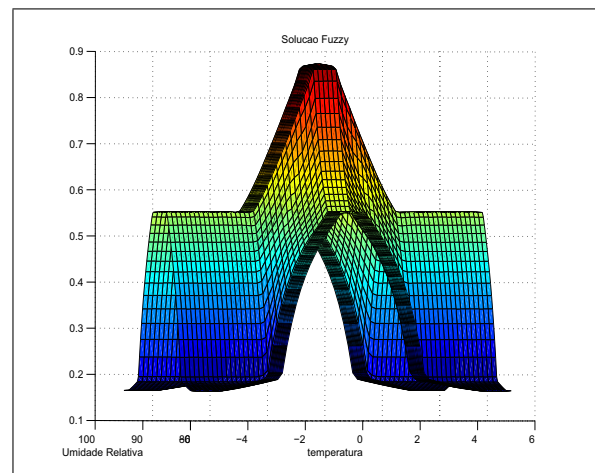


Figura 3.8: Vista Lateral A.

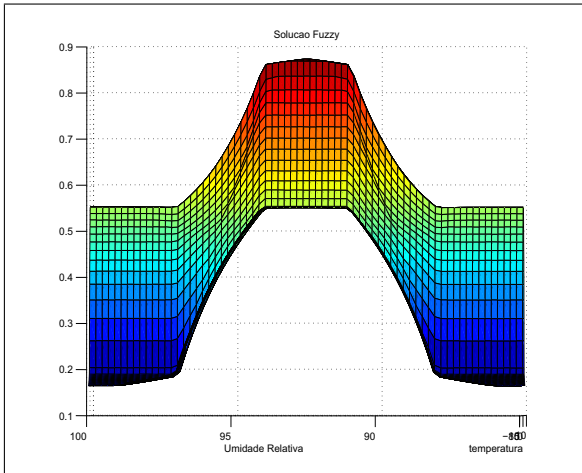


Figura 3.9: Vista Lateral B.

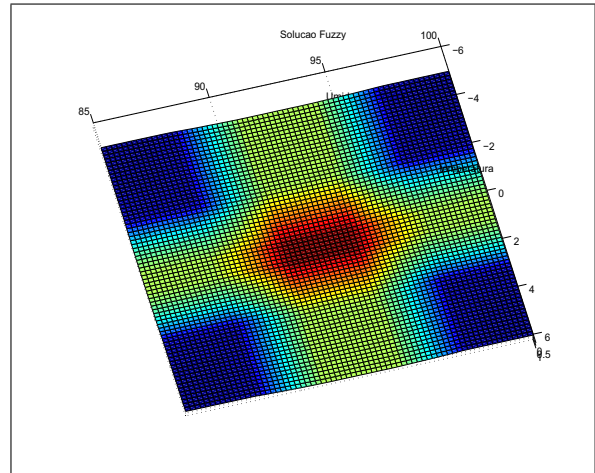


Figura 3.10: Vista Superior.

Ao analisarmos as figuras, vemos que a região em vermelho ao centro indica a solução da entrada dos dados quando a qualidade do morango após o armazenamento refrigerado é ótima, com valores em torno de 0,6°C de Temperatura e 92% de Umidade Relativa.

Conforme os dados se dispersão do centro, podemos ver a mudança de conjuntos *fuzzy* de saída “Qualidade do Morango Após Armazenmento” de *ótima* para *boa* (Da região vermelha para região verde), e de *boa* para *ruim* (Da região verde para região azul-escura).

Capítulo 4

Conclusão

Neste trabalho, foi possível apresentar um estudo sobre os Sistemas *Fuzzy* que tem origem na teoria dos conjuntos *fuzzy*. Apesar de recente, a técnica de modelagem utilizando conjuntos *fuzzy* pode trazer mais satisfação do que técnicas convencionais, pelo motivo das variáveis serem qualificadas por termos linguísticos e quantificadas por funções de pertinência que, desta forma, facilita a construção do modelo matemático.

Tivemos como um dos objetivos a modelagem e aplicação do algoritmo AS-BRF no desenvolvimento de um sistema que avalia a qualidade do morango após o armazenamento refrigerado. Desta forma, constatamos que a representação das variáveis linguísticas “Temperatura” e “Umidade Relativa” por termos linguísticos tornou a interpretação do problema menos complexo. A dificuldade encontrada foi a construção da base de regras, pelo fato de não conhecermos o funcionamento dos armazéns refrigerados, assim, recorrendo ao bom senso para construção das proposições. Deste modo, observamos o quanto é importante a presença de um especialista para descrição do problema.

A partir do nosso exemplo e através da engenharia, poderíamos desenvolver um controlador *fuzzy* para armazéns, com a finalidade de garantir a melhor qualidade de estocagem do fruto.

Posteriormente, pretendemos aperfeiçoar este trabalho através da pesquisa de campo com a participação um especialista em estocagem refrigerada de morangos e, também, incluir mais variáveis linguísticas ao caso. Esperamos que este trabalho possa despertar o interesse do leitor em pesquisas envolvendo a teoria *fuzzy*.

Referências Bibliográficas

- [1] BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. C. *Tópicos de Lógica Fuzzy e Biomatemática*. Campinas, SP: Coleção IMECC/UNICAMP - Textos Didáticos, 2006. 354p.
- [2] BELLUCCI, D. P. *Sistema Baseado em Regras Fuzzy e Aplicações*. 2009. 69p. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada) - Centro de Matemática, Computação e Cognição, Universidade Federal do ABC, Santo André. 2009.
- [3] CAVALCANTI, J. H. F. et al. *Lógica Fuzzy Aplicada às Engenharias*. João Pessoa, PB: CBL, 2012. 150p.
- [4] GOMIDE, F. A. C.; GUDWIN, R. R. *Modelagem, Controle, Sistemas e Lógica Fuzzy*. In:_____. (Org.). *SBA Controle & Automação*. Campinas, SP: UNICAMP/DCA, 1994. v.04, n.03, p. 97 - 115.
- [5] GOMIDE, F. A. C.; GUDWIN, R. R.; TANSCHKEIT, R. *Conceitos Fundamentais da Teoria de Conjuntos Fuzzy, Lógica Fuzzy e Aplicações*. In: PROC. 6th IFSA CONGRESS-TUTORIALS. 1995. p. 1 - 38.
- [6] JAFELICE, R. S. da M.; BARROS, L. C. de; BASSANEZI, R. C. *Usando a Teoria dos Conjuntos Fuzzy na Modelagem de Fenômenos Biológicos*. In: II CONGRESSO BRASILEIRO DE SISTEMAS FUZZY, 2012, p. 3 - 29, Natal. *Minicurso...* Natal, 2012.
- [7] JANÉ, D. de A. *Uma Introdução ao Estudo da Lógica Fuzzy*. Hórus. Revista de Humanidades e Ciências Sociais Aplicadas, n.02, p. 1 - 16, 2004.
- [8] ORTEGA, N. R. S. *Aplicação da Teoria de Conjuntos Fuzzy a Problemas da Biomedicina*. 2001. 165p. Tese (Doutorado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2001.

- [9] RIGNEL, D. G. de S.; CHENCI, G. P.; LUCAS, C. A. *Uma introdução a Lógica Fuzzy*. Revista Eletrônica de Sistemas de Informação e Gestão Tecnológica, Franca-SP, v.01, n.01, 2011. Disponível em: <http://www.logicafuzzy.com.br/wp-content/uploads/2013/04/uma_introducao_a_logica_fuzzy.pdf>. Acesso em: 20 Julho de 2014.
- [10] RODRIGUES, C. M. et al. *Influência do Armazenamento Refrigerado Na Qualidade de Morangos CV. Strawberry Festival*. IN: VI SIMPÓSIO NACIONAL DO MORANGO, 1., 2012, Pelotas. *Resumos ... Digital*: EMBRAPA, 2012, p.23.
- [11] SILVA, F. F. B. *Desvendando a Lógica Fuzzy*. 2011. 117p. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Faculdade de Matemática, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2011.

Anexo 1

Algoritmo (ASBRF - Mamdani) - Estrutura Computacional

Entrada de dados

Entre com o número de variáveis linguísticas de entrada (NVLE);

Entre com o vetor que em cada coordenada conterá a quantidade de termos linguísticos de cada variável linguística de entrada (NTLE);

VLS = 1 (Variável linguística de saída)

Entre com o números de termos linguísticos para a variável linguística de saída (NTLS);

PARÂMETROS

Entre com a matriz contendo os vetores de parâmetros V dos termos linguísticos de entrada (PTLE);

Entre com a matriz contendo os vetores de parâmetros V dos termos linguísticos de saída (PTLS);

BASE DE REGRAS

Construa a matriz “Regras” contendo os antecedentes das regras fuzzy;

Entre com o vetor coluna “SBR” contendo os consequentes das regras fuzzy;

REGRAS = [Regras SBR] (acoplamento das matrizes Regras e SBR).

DADOS

Entre com o vetor de dados que em cada coordenada conterá o valor atribuído à respectiva variável linguística de entrada (vetor DADOS);

Processamento de dados

`valor_max_min = PROC_DADOS_M(DADOS, NTLE, NVLE, NTLN, SBR, Regras, PTLE);`

Defuzzificação

`DFZ = DEFUZZY_M(x_ini, x_fin, N_SUBINTERV, NTLN, PTLS, valor_max_min).`