



**HUGO DELEON CORREA DE CASTRO**

**ANÁLISE DE DIFERENTES MÉTODOS PARA A DETERMINAÇÃO  
DA ONDULAÇÃO GEOIDAL**

**INCONFIDENTES-MG**  
**2017**

**HUGO DELEON CORREA DE CASTRO**

**ANÁLISE DE DIFERENTES MÉTODOS PARA A DETERMINAÇÃO  
DA ONDULAÇÃO GEOIDAL**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como pré-requisito de conclusão do curso de Graduação em Engenharia de Agrimensura e Cartográfica no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais - *Campus* Inconfidentes, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Agrimensura e Cartográfica.

Orientador: Prof. M.e Luciano Aparecido Barbosa  
Coorientador: Prof. M.e. Paulo Augusto Ferreira Borges

**INCONFIDENTES-MG  
2017**

**HUGO DELEON CORREA DE CASTRO**

**ANÁLISE DE DIFERENTES MÉTODOS PARA A DETERMINAÇÃO  
DA ONDULAÇÃO GEOIDAL**

**Data de aprovação: \_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2017**

---

**Orientador: Prof. M.e Luciano Aparecido Barbosa  
IFSULDEMINAS – *Campus Inconfidentes***

---

**Coorientador: Prof. M.e Paulo Augusto Ferreira Borges  
IFSULDEMINAS – *Campus Inconfidentes***

---

**Prof.<sup>a</sup> M.<sup>a</sup> Hérica dos Reis Silva  
IFSULDEMINAS – *Campus Inconfidentes***

*Aos meus queridos e amados pais Joana e Márcio  
Helena, e aos meus irmãos Taylon, Lorrán, Alan e Kainan pelo constante incentivo e apoio, e  
a minha namorada Giulia Defendi pelo companheirismo e dedicação.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, que representa não só o meu refúgio em momentos difíceis, mas também o primeiro a dividir minhas alegrias e agradecimentos.

Aos meus queridos pais, Joana e Márcio Heleno, que sempre estavam presentes nos momentos que mais precisei, sendo para mim a inspiração para continuar a trilhar meu caminho.

Aos meus irmãos Taylon, Lorrán, Alan e Kainan pelo companheirismo e por me apoiar.

A todos os professores do Curso de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica do IFSULDEMINAS – *Campus* Inconfidentes, que contribuíram para a minha formação, com seus ensinamentos e dedicação.

À turma da sala pelo companheirismo e pela união que se formou com o passar dos anos. Todos eles: Allan, Augusto, Débora Paula, Priscila, João Edson, João Paulo, Uric, Jéssica, Leonardo, Gabriel, William Garcia, William Simões, Victor Hugo, Diego, Michel, Lucas, Matheus Coldibeli, Matheus Prado e a Bruna. Espero que a cumplicidade permaneça além da graduação.

A minha namorada Giulia Defendi que é minha fonte de segurança, amor e incentivo a lutar sempre pelos meus objetivos.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para minha formação.

"Felicidade só é completa quando compartilhada"

(H. David Thoreau).

## RESUMO

O valor da altura elipsoidal ( $h$ ) proporcionada pelo Sistema Global de Posicionamento por Satélite (GPS), por possuir um cunho matemático deve ser chamada de altura geométrica, e nos diversos trabalhos de engenharia é necessária a determinação da altitude ortométrica, que está referenciada ao geóide e, portanto, possui um significado físico. Tanto a altura geométrica, quanto a altitude ortométrica ( $H$ ) podem ser relacionados ao geóide, desde que seja conhecida a ondulação geoidal ( $N$ ). Neste trabalho foram avaliados quatro métodos de interpolação da ondulação geoidal para o cálculo da altitude ortométrica ( $H$  apresentada na tabela 11) para isso foi utilizado as observações GPS em relação aos dados da rede altimétrica brasileira disponibilizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

**Palavras chave:** Ondulação Geoidal. Altitude Ortométrica. Altura Geométrica, GPS.

## **ABSTRACT**

The valuation of the ellipsoidal height  $h$  provided by Global Navigation Satellite System GNSS must be called geometric height not altitude because it has a mathematical character; in addition, in the vast majority of engineering works it is necessary to determine the orthometric height, which is referenced to the geoid; therefore, it has a physical meaning. The geometric and orthometric high both can be related to geoid, as long as the geoidal undulation is known. In this article, it has been evaluated the possibilities and precisions for achievement of the geoidal undulation using GNSS observations related to Brazilian network altimetric available in IBGE.

**Keywords:** Geoidal undulation. Orthometric height. Geodesic height. GPS.



## LISTA DE SIGLAS

<i>EPUSP</i>	<i>Escola Politécnica da Universidade de São Paulo</i>
<i>GPS</i>	<i>Global Positioning System</i>
<i>GNSS</i>	<i>Global Navigation Satellite System</i>
<i>IBGE</i>	<i>Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística</i>
<i>IFSULDEMINAS</i>	<i>Instituto Federal do Sul de Minas</i>
<i>INPE</i>	<i>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais</i>
<i>NBR</i>	<i>Norma Brasileira aprovada pela ABNT</i>
<i>RAAP</i>	<i>Rede Altimétrica de Alta Precisão</i>
<i>RBMC</i>	<i>Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS</i>
<i>RRNN</i>	<i>Referência de Nível</i>
<i>RNFB</i>	<i>Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil</i>
<i>SAB</i>	<i>Sistema Altimétrico Brasileiro</i>
<i>SGB</i>	<i>Sistema Geodésico Brasileiro</i>

## **SUMÁRIO**

<b>1. INTRODUÇÃO.....</b>	<b>01</b>
<b>2. OBJETIVO.....</b>	<b>02</b>
<b>3. JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>02</b>
<b>4. IDENTIFICAÇÃO DA REVISTA AGROGEOAMBIENTAL.....</b>	<b>03</b>
<b>5. ARTIGO NAS NORMAS DA REVISTA AGROGEOAMBIENTAL.....</b>	<b>03</b>
<b>6. REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>18</b>
<b>ANEXO I – NORMAS DA REVISTA AGROGEOAMBIENTAL PARA SUBMISSÃO DE ARTIGOS CIENTÍFICOS.....</b>	<b>19</b>
<b>ANEXO II – COMPROVANTE DE SUBMISSÃO.....</b>	<b>20</b>

# 1. INTRODUÇÃO

O GPS, ou Global Positioning System (Sistema de Posicionamento Global), é um elaborado sistema de satélites e outros dispositivos que tem como função básica prestar informações precisas sobre o posicionamento individual no globo terrestre (MONICO, 2008). Além do GPS, outros sistemas de posicionamento global contribuem para a popularização e uso por parte da comunidade civil, como por exemplo: o GLONASS e o Galileo. Estes sistemas possuem a capacidade de oferecer posicionamento em qualquer ponto da superfície terrestre, por esse motivo adota-se a nomenclatura de Sistema de Navegação Global por Satélite (Global Navigation Satellite System - GNSS). Assim, a utilização do GPS tem sido amplamente aplicada em levantamentos geodésicos, topográficos, obras de construção civil, projetos de agricultura de precisão, aerofotogrametria, e nas mais diversas aplicações de posicionamentos e navegação.

Acompanhado das novas possibilidades proporcionadas pelo GNSS, surgiram novas dificuldades. Uma vez que o uso do GNSS em levantamentos proporciona as coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z), estas podem ser transformadas em coordenadas geodésicas: latitude, longitude e altura geométrica (MONICO, 2008). Porém, apenas componentes horizontais podem ser diretamente relacionadas a uma rede geodésica. No caso da altura geométrica não se deve utilizá-la diretamente na maioria das obras de engenharia, pois ela possui apenas propriedades matemáticas e nestas obras é necessária a utilização da altitude ortométrica que possui um sentido físico, por estar relacionada ao geóide.

O geóide é usado como superfície de referência para as altitudes e profundidades, definindo-se a altitude ortométrica de um ponto da superfície da Terra como a distância linear entre o ponto e o geóide medida ao longo da linha vertical do lugar. A capacidade de obter posição relativa com alta precisão na altimetria impôs a necessidade de um melhor conhecimento das ondulações do geóide (N) de modo a compatibilizar a determinação da altura geométrica (h) com a altitude ortométrica (H) (GEMAEL, 1999).

O sistema altimétrico brasileiro está materializado através das referências de nível (RRNN) as quais tendem a refletir o comportamento da superfície física em relação ao geóide,

pois a origem altimétrica brasileira é a superfície equipotencial do nível médio dos mares, como registrado pelo marógrafo de Porto Henrique Lages, na cidade de Imbituba-SC (IBGE).

Neste trabalho, as ondulações geoidais foram calculadas de três maneiras distintas, a partir da coleta de dados GNSS sobre uma RRNN homologada pelo IBGE:

1. Com o programa MAPGEO2015, desenvolvido pelo IBGE;
2. A partir do método de interpolação linear desenvolvido por Featherstone (1998);
3. E com o método de interpolação linear desenvolvido por Featherstone (1998) com modificações, chamado neste trabalho de método experimental.

## **2. OBJETIVO**

O principal objetivo desta pesquisa é analisar a obtenção da ondulação geoidal pelos diferentes métodos em relação a equação proposta por Gemael  $H = h - N$  utilizando os valores dos relatórios das RRNN e dos dados coletados com GNSS, baseado no método desenvolvido por Featherstone (1998), utilizando os dados da rede altimétrica brasileira disponibilizados pelo IBGE.

### **2.1 Objetivos Específicos**

- Desenvolver um algoritmo para obtenção da ondulação geoidal a partir de métodos de interpolação linear;
- Analisar a variação da ondulação geoidal obtida a partir do método experimental proposto.

## **3. JUSTIFICATIVA**

Tendo em vista uma boa precisão na obtenção de dados altimétricos para referenciar trabalhos de engenharia, que envolvam grandes estruturas, a conversão de altura geométrica ( $h$ ) em altitude ortométrica ( $H$ ) impõem a necessidade de um melhor conhecimento da ondulação

geoidal (N). Nesse sentido, neste trabalho foi formulado buscando a discussão sobre novas formas que possibilitem a aplicação das observações GNSS nas determinações de valores satisfatórios de altitudes ortométricas de maneira mais rápida que o nivelamento geométrico.

#### **4. IDENTIFICAÇÃO DA REVISTA AGROGEOAMBIENTAL**

A Revista Agrogeoambiental é o Periódico Científico do Instituto Federal do Sul de Minas - IFSULDEMINAS, que contempla as áreas de Agrárias e Meio Ambiente, publicando trabalhos de Agronomia, Engenharia Agrícola, Geomática, Geologia, Silvicultura, Zootecnia e Ecologia. A revista é trimestral (março, junho, setembro e dezembro).

A classificação da Revista Agrogeoambiental na área de Engenharias I é com indicativo de qualidade B5, e seu identificador corresponde ao ISSN 1984-428X.

#### **5. ARTIGO NAS NORMAS DA REVISTA AGROGEOAMBIENTAL**

Nesta seção é apresentado o artigo de título “**Comparação de diferentes métodos para a determinação da ondulação geoidal**” formatado segundo as normas da Revista Agrogeoambiental. Este documento foi submetido para avaliação em 29 de março de 2017.

## **Análise de diferentes métodos para a determinação da ondulação geoidal**

Hugo Deleon Correa Castro. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais. Aluno do curso de Engenharia de agrimensura e Cartografia, Inconfidentes, Minas Gerais, Brasil. hugocastro.info@gmail.com. (35) 99868-7606. Rua Cláudio Manoel da Costa, 19, Centro, Inconfidentes, MG, CEP: 37576-000.

Paulo Augusto Ferreira Borges, Departamento de Agrimensura e Cartografia, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais. Professor EBTT, Inconfidentes, Minas Gerais, Brasil. paulo.borges@ifsuldeminas.edu.br. Praça Tiradentes, 416, Inconfidentes, MG, CEP: 37576-000.

Luciano Aparecido Barbosa, Departamento de Agrimensura e Cartografia, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sul de Minas Gerais. Professor EBTT, Inconfidentes, Minas Gerais, Brasil. luciano.barbosa@ifsuldeminas.edu.br. Praça Tiradentes, 416, Inconfidentes, MG, CEP: 37576-000.

### **Resumo**

O valor da altura elipsoidal ( $h$ ) proporcionada pelo Sistema Global de Posicionamento por Satélite (GPS), por possuir um cunho matemático deve ser chamada de altura geométrica, e nos diversos trabalhos de engenharia é necessária a determinação da altitude ortométrica, que está referenciada ao geóide e, portanto, possui um significado físico. Tanto a altura geométrica, quanto a altitude ortométrica ( $H$ ) podem ser relacionados ao geóide, desde que seja conhecida a ondulação geoidal ( $N$ ). Neste trabalho foram avaliados quatro métodos de interpolação da ondulação geoidal para o cálculo da altitude ortométrica ( $H$  apresentada na tabela 11) para isso foi utilizado as observações GPS em relação aos dados da rede altimétrica brasileira disponibilizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

**Palavras chave:** Ondulação Geoidal. Altitude Ortométrica. Altura Geométrica. GPS.

### **Abstract**

The valuation of the ellipsoidal height  $h$  provided by Global Navigation Satellite System GNSS must be called geometric height not altitude because it has a mathematical character; in addition, in the vast majority of engineering works it is necessary to determine the orthometric height, which is referenced to the geoid; therefore, it has a physical meaning. The geometric and orthometric high both can be related to geoid, as long as the geoidal undulation is known. In this article, it has been evaluated the possibilities and precisions for achievement of the geoidal undulation using GNSS observations related to Brazilian network altimetric available in IBGE.

**Keywords:** Geoidal undulation. Orthometric height. Geodesic height. GPS.

## Introdução

O NAVigation System with Time And Ranging/Global Positioning System - NAVSTAR/GPS é um sistema de rádio-navegação, desenvolvido e realizado pelo United States Department of Defense e NASA (ANDRADE, 1988). Além do GPS, outros sistemas de posicionamento global estão contribuindo para a popularização e uso por parte da comunidade civil, como por exemplo: o GLONASS e o Galileo. Estes sistemas possuem a capacidade de oferecer posicionamento em qualquer ponto da superfície terrestre, por esse motivo adota-se a nomenclatura de Sistema de Navegação Global por Satélite (Global Navigation Satellite System - GNSS). Assim, a utilização do GNSS tem alcançado as mais diversas aplicações na engenharia.

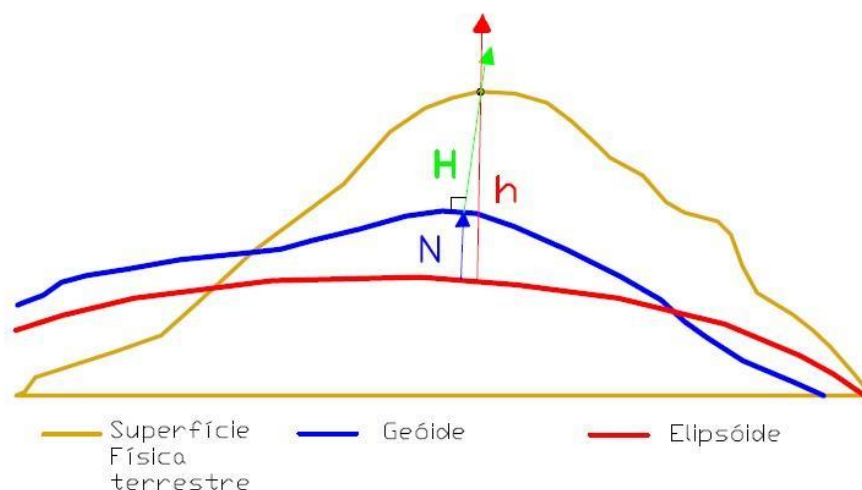
Acompanhado das novas possibilidades proporcionadas pelo GNSS, surgiram novas dificuldades. Uma vez que o uso do GNSS em levantamentos proporciona as coordenadas cartesianas geocêntricas (X, Y, Z) estas podem ser transformadas em coordenadas geodésicas: latitude, longitude e altura geométrica (MONICO, 2007). Porém, apenas componentes horizontais podem ser diretamente relacionadas a uma rede geodésica. No caso da altura geométrica não se deve utilizá-la diretamente na maioria das obras de engenharia, pois ela possui apenas propriedades matemáticas e nestas obras é necessária a utilização da altitude ortométrica que possui um sentido físico, por estar relacionada ao geóide.

A capacidade de obter posição relativa com alta precisão na altimetria, impôs a necessidade de um melhor conhecimento das ondulações do geóide de modo a compatibilizar a determinação da altura geométrica com a altitude ortométrica (GEMAEL, 1999).

A Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) passou por diversos processos de ajustamento manuais das observações de nivelamento (1948, 1952, 1959, 1962, 1963, 1966, 1970 e 1975), conforme seu desenvolvimento e as ferramentas de cálculo disponíveis a cada época (IBGE, 2016). Ela está materializada através das Referências de Nível (RRNN) as quais tendem a refletir o comportamento da superfície física em relação ao geóide.

Nos trabalhos de posicionamento em obras de engenharia, levantamentos geodésicos e topográficos, faz-se necessária a determinação da altitude ortométrica. Surge então a necessidade de transformar a altitude geométrica obtida com GNSS, em altitude ortométrica. Esta transformação, do ponto de vista matemático, constitui-se numa operação simples, envolvendo a altura geométrica e altura geoidal no ponto, conforme ilustra a Figura 1.

**Figura 1.** Altura Geométrica e Altitude Ortométrica.  
**Fonte:** o autor.



$$H = h - N \quad (1)$$

Onde:

H = Altitude Ortométrica;  
h = Altura Geométrica; e  
N = Ondulação Geoidal.

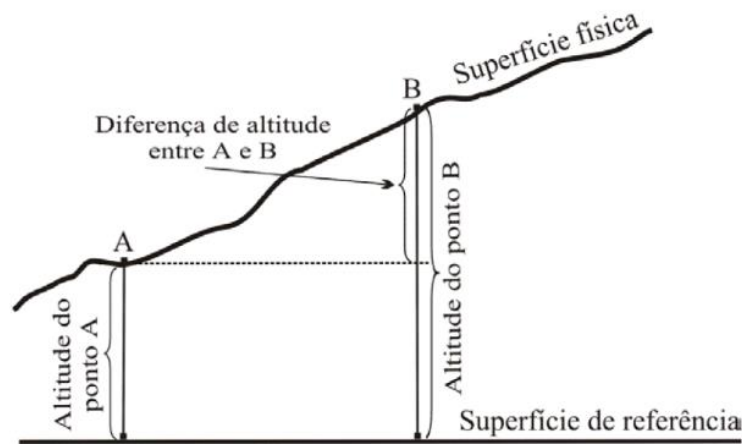
Define-se altitude ortométrica como sendo a distância, contada ao longo da vertical, do geóide ao ponto pertencente à superfície física terrestre; a altura geométrica é definida como a distância, contada sobre a normal, da superfície do elipsóide de referência ao ponto pertencente à superfície física terrestre; e a ondulação geoidal é definida como a distância, contada sobre a normal, da superfície do elipsóide à superfície do geóide (GEMAEL, 1999).

A Geodésia, ciência que estuda a forma, as dimensões, o campo de gravidade da Terra e suas variações temporais, fundamenta-se em princípios da Matemática, da Física, da Astronomia, e utiliza os avanços tecnológicos da instrumentação e particularmente da Informática para aplicações desses princípios na solução de problemas teóricos e sobretudo práticos. Esta ciência pode ser dividida em: Geodésia Geométrica; Geodésia Celeste e Geodésia Física. O posicionamento através do GNSS envolve a Geodésia Celeste, que estuda técnicas espaciais visando o posicionamento espacial e informações do campo de gravidade para as áreas de Geodésia e Geofísica (GEMAEL, 1999).

Para o correto entendimento dos termos usados para designar altitude e diferenças de altitude, a discriminação desses termos será abordada a seguir. A diferença de altitude é determinada pela discrepância entre a altitude de um ponto em relação a outro ponto. A Figura 2 mostra as altitudes e diferença de altitude entre os pontos A e B (ALENCAR, 1998).



**Figura 2** – Representação da altitude e diferença de altitude.  
Fonte: ALENCAR, 1998.



A definição do *datum* vertical é um tanto quanto complexa, pois envolve vários fenômenos físicos que estão alterando continuamente a posição do geóide em relação à superfície matemática de referência (elipsóide). Dentre os fenômenos físicos, cita-se: o efeito dinâmico dos mares, as correntes marítimas; variação da pressão atmosférica, variação dos ventos, mudança da temperatura, mudança da configuração do fundo oceânico, derretimento glacial e movimento dos pólos (ALENCAR, 1998).

A altitude ortométrica é dependente do campo da gravidade terrestre. Portanto, o datum vertical, no sistema de altitudes ortométricas é o geóide. No Brasil, a determinação do datum vertical deu-se a partir do marégrafo instalado no litoral catarinense, mais precisamente no Porto Henrique Lajes, localizado na cidade de Imbituba-SC (ALENCAR, 1998).

A altitude oficialmente adotada no Brasil, apesar de ser chamada ortométrica, é obtida através do nivelamento de precisão, sem a correção ortométrica padrão, que é calculada a partir de informações gravimétricas. Assim, essas altitudes são determinadas por meio da soma dos desníveis obtidos no nivelamento, mediante as correções do não paralelismo das superfícies equipotenciais. As linhas de nivelamento, são niveladas e contra niveladas materializadas no terreno pela implantação de Referências de Nível (RRNN). É um processo trabalhoso, lento e oneroso (GEMAEL, 1998).

O Sistema Altimétrico Brasileiro (SAB), tem o objetivo de proporcionar a base altimétrica para os trabalhos de nivelamento referidos ao datum (origem) altimétrico. O datum vertical corresponde ao ponto cuja altitude ortométrica está diretamente ligada à equipotencial, que coincide com o NMM (Nível Médio do Mar) local, materializada através de um marégrafo. A partir desse datum são obtidas as altitudes das RRNN que corrigida da topografia marítima,

constituem a rede altimétrica.

No início da implantação da Rede de Nivelamento Fundamental do Brasil (RNFB), foi adotado, como datum, a média das observações do nível médio do mar obtido para o período de um ano (1919-1920) no Marégrafo de Torres e, em 1958 o datum altimétrico brasileiro passou a ser referido ao Marégrafo de Imbituba, que na época contava com nove anos de funcionamento ininterrupto (MELLO, 1986).

No Brasil, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) desenvolveu o software MAPGEO2015, que realiza a interpolação geoidal e permite a obtenção da ondulação geoidal e a transformação entre as altitudes geométricas e ortométricas em função das coordenadas geodésicas (latitude e longitude) de um ou mais pontos localizados na superfície física terrestre. Este aplicativo foi elaborado pela Coordenação de Geodésia (CGED), em parceria com a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP), com o intuito de colaborar com os usuários que utilizam as informações espaciais no Brasil. Por se tratar de um sistema de interpolação, a altura geométrica das estações não precisa ser inserida para a obtenção da ondulação geoidal.

Neste trabalho, as ondulações geoidais foram obtidas e calculadas de quatro maneiras distintas:

1. Rastreando as RRNN com GNSS e utilizando a formulação matemática;
2. Utilizando o aplicativo MAPGEO2015, desenvolvido pelo IBGE;
3. Utilizando o método de interpolação linear desenvolvido por Featherstone et al (1998);
4. Utilizando o método de interpolação linear desenvolvido por Featherstone et al (1998) com modificações, chamado neste trabalho de método experimental.

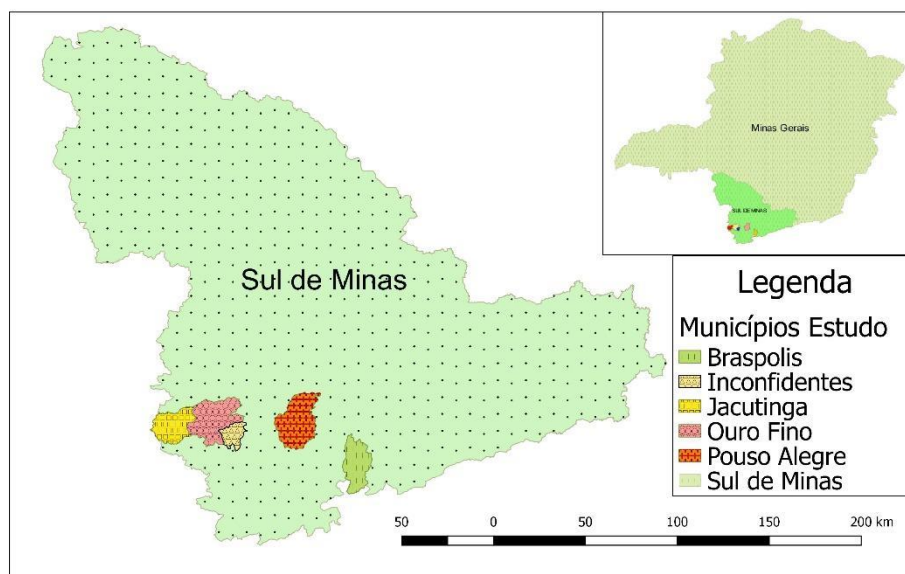
## **Material e Métodos**

O experimento foi conduzido na Região Sul do Estado de Minas Gerais, conforme ilustra a Figura 3, mais especificamente entre as cidades de Inconfidentes, Ouro Fino, Jacutinga, Pouso Alegre e Brazópolis; possuindo uma altitude média segundo IBGE de 1100 m, onde a máxima altitude é de 1890 m e a mínima de 840 m. O pequeno número de amostra para este experimento deve-se ao mau estado de conservação e em muitos casos destruição das RRNN pertencentes à rede altimétrica do IBGE da região do Sul de Minas de Gerais.

**Figura 3.** Região de estudo.

Fonte: o autor.

## Área de Estudo



A fase de reconhecimento das RRNN foi conduzida de forma criteriosa, pois a partir desta foi desenvolvido todo o planejamento de execução das atividades de campo. As RRNN foram pré-selecionadas de acordo com seu estado de conservação e distribuição pela área de estudo. Para isso utilizou-se do arquivo \*.KMZ disponibilizado pelo IBGE ([http://geoftp.ibge.gov.br/arquivos\\_google\\_earth/sistema\\_geodesico\\_brasileiro/sgb\\_rn.kmz](http://geoftp.ibge.gov.br/arquivos_google_earth/sistema_geodesico_brasileiro/sgb_rn.kmz)) com toda rede altimétrica brasileira. Este arquivo contém a distribuição espacial das RRNN e um memorial dizendo no qual constam seu estado de conservação e data da última visita em campo.

O trabalho de campo envolveu duas etapas: uma para o reconhecimento das RRNN ao longo da rede distribuída na região, e outra para a coleta dos dados GNSS.

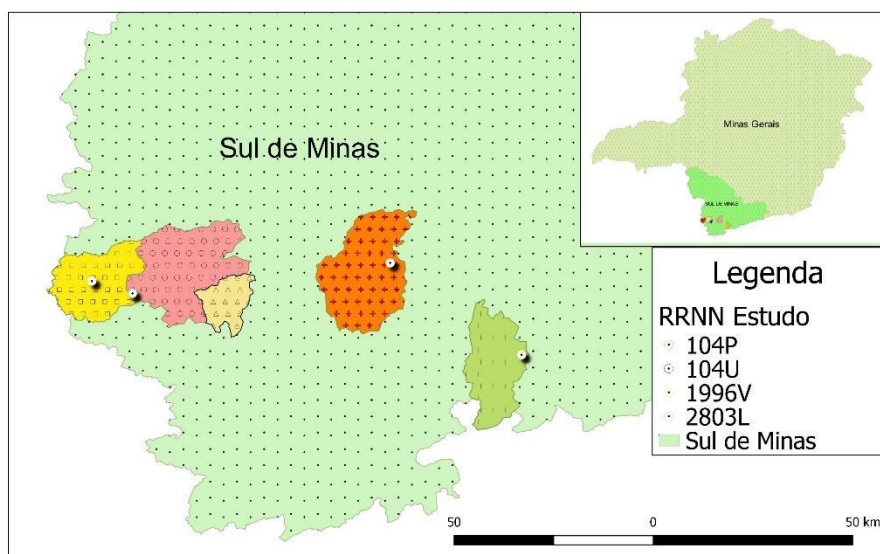
Como grande parte da rede altimétrica do SGB localizada na área de estudo encontra-se destruída ou não encontrada, foram selecionadas RRNN que estivessem próximas ao alinhamento das duas RRNN mais distantes entre si. Nesta etapa foram selecionadas 4 RRNN a serem rastreadas: 104U, 104P, 2803L e 1996V, nas cidades de Ouro fino, Jacutinga, Pouso Alegre e Brazópolis, respectivamente.

O rastreamento das RRNN foi realizado no dia 02/04/2016 de acordo com o planejamento e utilizando-se o receptor GNSS Spectra Precision Promark 220, o qual possui a capacidade coleta simultânea das portadoras L1/L2. Foram utilizados quatro receptores iguais para que os dados observados pertencessem ao mesmo período de tempo em todas as RRNN. Os dados foram coletados entre as 11h e 14h.

**Figura 4** –RRNN rastreadas com GNSS.

Fonte: o autor.

### RRNN do Estudo



Para o processamento dos dados GNSS foi utilizada a estação MGIN, pertencente à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS (RBMC) do IBGE, localizada no IFSULDEMINAS - *Campus Inconfidentes*. Assim, considerando a distância das RRNN em relação a Inconfidentes, o tempo de rastreamento foi fixado em 120 minutos. O método de posicionamento selecionado foi o Relativo Estático. Com a finalidade de compatibilizar a taxa de gravação em relação às estações da RBMC, optou-se por rastrear as RRNN a uma taxa de coleta de 15 segundos. Apresentada na Figura 4 a distribuição das RRNN que foram selecionadas para estudo.

No processamento das observações GNSS para a determinação das coordenadas das RRNN utilizou-se o software GNSS Solutions, versão V.3.80, com licenciamento disponível de 30 dias para novos usuários.

O processamento foi realizado no dia 25/04/2016, utilizando efemérides corrigidas e as bases SPC1 (Campinas SP – UNICAMP) e SPPI (Piracicaba SP) pertencentes à RBMC. As coordenadas das RRNN obtidas deste processamento estão referenciadas ao SIRGAS-2000 e estão listadas na Tabela 1.

**Tabela 1.** Coordenadas UTM das RRNN.

RRNN	Coord. Este (m)	$\sigma$ E (m)	Coord. Norte (m)	$\sigma$ N (m)	h (m)	$\sigma$ h (m)
1996V	442325,613	0,003	7515469,023	0,002	906,966	0,008
2803L	409077,798	0,003	7540185,939	0,003	821,155	0,019
104P	344165,647	0,011	7531409,043	0,013	845,907	0,029
104U	333890,965	0,003	7534629,550	0,003	830,213	0,005

As coordenadas apresentadas acima, foram convertidas em coordenadas geodésicas: latitude ( $\phi$ ), longitude ( $\lambda$ ), a partir do aplicativo Calculadora Geográfica desenvolvido pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) disponibilizado em seu site (<http://www.dpi.inpe.br/calcula/>). As coordenadas apresentadas na Tabela 2 foram utilizadas para o cálculo da ondulação geoidal.

**Tabela 2.** Coordenadas Geodésicas das RRNN.

RRNN	Latitude ( $\phi$ )	Longitude ( $\lambda$ )	h (m)
1996V	-22° 27' 58,0897"	-45° 33' 38,1299"	906,966
2803L	-22° 14' 29,1086"	-45° 52' 56,3786"	821,155
104P	-22° 18' 57,7683"	-46° 30' 46,6833"	845,907
104U	-22° 17' 09,6078"	-46° 36' 44,4936"	830,213

No banco de dados do IBGE, disponível em: ([http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpesq\\_googlemaps.php](http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/bdgpesq_googlemaps.php)), encontram-se os dados da rede altimétrica brasileira, disponível em memoriais descritivos que foram utilizados como fonte de dados para realização deste. Nestes relatórios estão disponíveis os valores das altitudes ortométricas das RRNN, estes valores foram obtidos através de nivelamento geométrico. Com este valor é possível realizar o cálculo da ondulação geoidal através da Equação. A Tabela 3 apresenta os valores calculados para a ondulação geoidal.

**Tabela 3.** Ondulação geoidal (N) calculada a partir do relatório do IBGE e rastreamento GNSS.

RRNN	H (m)	N (m)
1996V	909,104	-2,138
2803L	823,755	-2,600
104P	849,243	-3,336
104U	833,805	-3,592

O GNSS não proporciona a mesma acurácia na determinação da componente vertical (altura geométrica), comparada com acurácia que ele alcança nas componentes horizontais ( $\phi$ ,  $\lambda$ ). Fato este não apenas em função da geometria da constelação dos satélites, mas também devido a vários erros observacionais, os quais afetam principalmente a componente altimétrica, resultando numa precisão de 1,5 à 2 vezes menos acurada que as componentes horizontais (FEATHERSTONE et al. 1998).

A realização do rastreamento dos satélites do GNSS sobre as RRNN, nos propicia a determinação da ondulação do geóide. Assim, em uma linha formada por duas RRNN com altitudes ortométricas conhecidas, pode-se interpolar a ondulação do geóide em pontos desta linha, ou próximo à mesma (FEATHERSTONE et al. 1998).

O MAPGEO2015 é um sistema de interpolação geoidal que fornece a ondulação geoidal necessária para a conversão das alturas geométricas, obtidas com o GNSS, em altitudes ortométricas em função das coordenadas geodésicas (latitude e longitude). Através deste sistema, os usuários podem obter a ondulação geoidal de um ponto ou conjunto de pontos, desde

que as coordenadas se refiram ao SIRGAS2000 e estejam compreendidas entre as latitudes 6° N e 35° S e entre as longitudes de 75° W e 30° W, dentro do território brasileiro (IBGE).

Para a obtenção da ondulação geoidal com o aplicativo MAPGEO2015 utilizou-se as coordenadas geodésicas listadas na Tabela 2. A Tabela 4 apresenta os valores da ondulação geoidal obtidos com o aplicativo, bem como o valor da altitude ortométrica calculada.

**Tabela 4.** Ondulação geoidal calculada com o MAPGEO2015.

RRNN	h (m)	H (m)	N (m)
1996V	906,966	909,104	-2,370
2803L	821,155	823,755	-2,810
104P	845,907	849,243	-3,3700
104U	830,213	833,805	-3,680

A obtenção da ondulação geoidal através do nivelamento GNSS, usando a técnica de interpolação linear, foi apresentada por Featherstone (1998), seguindo a Equação 2:

$$H_x = H_a + \Delta h_{ax} - (l_{ax}/l_{ab}) * \Delta N_{ab} \quad (2)$$

Onde:

- $H_x$  – altitude ortométrica do ponto X a ser interpolado;
- $H_a$  – altitude ortométrica da RRNN em A;
- $\Delta h_{ax}$  – diferença de altura geométrica entre ponto X e RRNN em A;
- $l_{ax}$  – distância entre o ponto X e a RN em A;
- $l_{ab}$  – distância entre as RRNN situadas em A e B;
- $\Delta N_{ab}$  – diferença de ondulação geoidal entre as RRNN em A e B.

A ondulação geoidal utilizada no método proposto por Featherstone (1998), foi calculada subtraindo a altura geométrica obtida através do GNSS da altitude ortométrica informada no relatório do IBGE. Há autores que caracterizam o geóide obtido por este procedimento de geóide geométrico, ainda, por se tratar da determinação do geóide em uma específica região, há autores que o designam de geóide local (FEATHERSTONE et al. 1998).

Outro método apresentado neste trabalho para a obtenção da ondulação geoidal a partir do nivelamento GNSS, será um método de interpolação experimental. Pensando na maior dificuldade encontrada na aplicação do modelo proposto por Featherstone (1998), no qual o ponto interpolado deve pertencer ao alinhamento formado pelas RRNN, este novo método se baseia no método de caminhamento entre os pontos de referência e o ponto interpolado. Neste método não há a necessidade de o ponto interpolado estar no alinhamento formado pelas RRNN de referência e, é apenas um teste para comparações com os modelos já existentes. A Equação 3 apresenta o modelo proposto:

$$H_x = H_a + \Delta h_{ax} - (l_{ax}/(l_{ax} + l_{bx})) * \Delta N_{ab} \quad (3)$$

Onde:

- $H_x$  – altitude ortométrica do ponto X a ser interpolado;

- $H_a$  – altitude ortométrica da RRNN em A;
- $\Delta h_{ax}$  – diferença de altura geométrica entre ponto X e RRNN em A;
- $l_{ax}$  – distância entre o ponto X e a RRNN em A;
- $l_{bx}$  – distância entre o ponto X e a RRNN em B;
- $l_{ab}$  – distância entre as RRNN situadas em A e B;
- $\Delta N_{ab}$  – diferença de ondulação geoidal entre as RRNN em A e B.

A interpolação da altura ortométrica de ambos os métodos foi realizada conforme as linhas de interpolação da Tabela 5. As linhas foram formuladas de modo que sempre em sua extremidade existisse uma RRNN com altura ortométrica conhecida e que próximo a este alinhamento possuísse ao menos uma RRNN para ser interpolada. Dessa forma, somente foi possível calcular a interpolação para as RRNN 104P e 2803L. Nessa tabela também é encontrada a distância ortogonal do ponto interpolado até o alinhamento de referência.

**Tabela 5.** Linhas de Interpolação.

<b>Linha</b>	<b>RRNN em A</b>	<b>RRNN em X</b>	<b>RRNN em B</b>	<b>Dist. Orto. (Km)</b>
<b>1</b>	104P	2803L	1996V	19,069
<b>2</b>	104U	2803L	1996V	18,554
<b>3</b>	104U	104P	1996V	1,383
<b>4</b>	104U	104P	2803L	4,010

Os resultados obtidos pelos métodos de interpolação são apresentados nas tabelas 6 e 7. Nas quais, já é possível perceber uma pequena variação entre os métodos propostos por Featherstone (1998) e o método experimental derivado do mesmo.

**Tabela 6.** Altitude Ortométrica e Ondulação Geoidal calculada com o método de Featherstone.

<b>Linha</b>	<b>RRNN</b>	<b>H (m)</b>	<b>N (m)</b>
<b>1</b>	2803L	823,702	-2,547
<b>2</b>	2803L	823,752	-2,597
<b>3</b>	104P	849,357	-3,450
<b>4</b>	104P	849,358	-3,451

**Tabela 7.** Altitude Ortométrica e Ondulação Geoidal calculada com o método experimental.

<b>Linha</b>	<b>RRNN</b>	<b>H (m)</b>	<b>N (m)</b>
<b>1</b>	2803L	823,758	-2,603
<b>2</b>	2803L	823,810	-2,655
<b>3</b>	104P	849,357	-3,450
<b>4</b>	104P	849,359	-3,452

## Resultados e discussão

Nesta seção é apresentada uma comparação dos resultados obtidos com os diferentes métodos, na forma de tabelas. Neste trabalho as ondulações geoidais calculadas utilizando as Altitudes Ortométricas dos relatórios do IBGE e Alturas Geométricas (h) do rastreamento GNSS sobre as RRNN, são consideradas como os valores de referência para comparação.

Na Tabela 8, é apresentado a comparação entre as ondulações geoidais obtidas através da altitude ortométrica encontrada no relatório do IBGE e rastreamento GNSS, e a obtida através do aplicativo MAPGEO2015. As ondulações geoidais provenientes dos relatórios do IBGE são consideradas como verdadeiras e utilizadas como parâmetro de comparação.

**Tabela 8.** Ondulação geoidal obtida com o aplicativo MAPGEO2015 e a obtida do relatório do IBGE.

RRNN	N <sub>IBGE</sub> (m)	N <sub>MAPGEO2015</sub> (m)	Diferença (m)
2803L	-2,601	-2,810	-0,209
104P	-3,335	-3,370	-0,035
Diferença média $\Delta N$ (m)			0,122

Na interpolação pelo programa MAPGEO2015, segundo a Tabela 8, a média dos erros apresentados foi de 12,50 cm, atingindo valor máximo de 21 cm na RRNN 2803L. O baixo valor residual do MAPGEO2015, é devido ele utilizar o modelo geopotencial global EIGEN-6C4, combinado com aproximadamente 950.000 estações gravimétricas terrestres (pontos nos quais se determina a aceleração da gravidade) na América do Sul, sendo 450.000 dentro do Brasil. Entre estas, 18.485 correspondem a novas estações medidas no território brasileiro desde a divulgação da versão anterior, o MAPGEO2010. O novo modelo de interpolação utilizado pelo MAPGEO2015 possui precisão de 14 cm.

O próximo estudo foi realizado entre a ondulação geoidal calculada através do método de interpolação linear proposto por Featherstone (1998) e a ondulação geoidal obtida através dos relatórios do IBGE e rastreamento GNSS. A Tabela 9 apresenta o resultado da comparação e as diferenças encontradas.

**Tabela 9.** Comparação da ondulação geoidal calculada através da interpolação linear proposta por FEATHERSTONE et al. (1998) e pela ondulação obtida através dos relatórios do IBGE e GNSS.

RRNN	N <sub>IBGE</sub> (m)	N <sub>FEAT.</sub> (m)	Diferenças (m)
2803L	-2,601	-2,597	-0,004
104P	-3,335	-3,450	0,115
Diferença média $\Delta N$ (m)			0,059

A Tabela 10 apresenta a comparação entre as ondulações geoidais obtidas através do método experimental de interpolação por caminhamento e as ondulações geoidais obtidas através dos relatórios do IBGE e rastreamento GNSS.



**Tabela 10.** Comparação da ondulação geoidal obtidas através do método experimental de interpolação por caminhamento e as ondulações obtidas através dos relatórios do IBGE e GNSS.

RRNN	N <sub>IBGE</sub> (m)	N <sub>EXP.</sub> (m)	Diferenças (m)
2803L	-2,601	-2,603	0,002
104P	-3,335	-3,450	0,115
Diferença média ΔN (m)			0,058

A análise dos dados apresentados nas Tabelas 9 e 10 evidencia uma pequena melhora do método proposto. Este método experimental foi inspirado no principal empecilho da aplicação do método de Featherstone (1998), o qual propôs a realização da interpolação da ondulação geoidal sobre as linhas formadas pelo alinhamento entre os pontos de Referência de Nível conhecida.

Devido ao fato do pequeno número de repetições, não se pode afirmar qual método é mais preciso para a obtenção da altitude ortométrica quando analisadas as proximidades entre os resultados. A Tabela 11 apresenta um comparativo entre as diferenças encontradas nos métodos estudados.

**Tabela 11.** Resumo das diferenças encontradas pelos métodos estudados.

Método	Diferença (m)
MAPGEO2015	0,1250
FEATHERSTONE et al. (1998)	0,0587
Método Experimental	0,0586

Como forma de avaliação dos resultados obtidos, sugere-se aplicar esta metodologia numa área de estudo que possua um número maior de RRNN, de preferência que possuam dados gravimétricos associados (modelo geoidal local ou regional).

De acordo com a NBR 13133 (ABNT, 1994), os erros máximos aceitáveis no transporte do nível seria de  $12\text{mm}(K)^{0,5}$  e  $20\text{mm}(K)^{0,5}$  para as classes IN e IIN, respectivamente. Quando considerado o transporte da referência de nível pelo nivelamento geométrico temos a Tabela 12 com as distâncias entre a RN a ser calculada e a RN de referência mais próxima e os erros máximos aceitáveis em cada classe de nivelamento.

**Tabela 12.** Erros máximos toleráveis por classe de nivelamento geométrico.

RRNN de referência	RRNN a ser calculada	Distância K (Km)	Nivelamento Geométrico	
			Classe IN (m)	Classe IIN (m)
1996V	2803L	59	0,0922	0,1536
104U	104P	15,8	0,0477	0,0795

Para a RRNN 2803L de acordo com a NBR 13133 que estabelece os limites de tolerância para nivelamento geométrico, os métodos de interpolação linear obtiveram resultados pertencentes a classe IN. Para esta classe, de acordo com a distância (pelas vias existentes) entre as RRNN que foi de aproximadamente 59 Km, o erro admissível no nivelamento é de 9,22 cm,

cerca de três vezes maior que o erro encontrado nos modelos de interpolação. Destaca-se a diferença nos resultados obtidos para esta RRNN quando comparados os métodos estudados, principalmente o resultado obtido pelo MAPGEO2015 que apresentou a maior diferença de todos os métodos comparados.

## Conclusões

O trabalho mostrou que determinação da ondulação geoidal a partir das observações GNSS e Nivelamento apresentaram as menores variâncias, indicando uma homogeneidade dos resultados obtidos por estes métodos, quando comparados as variâncias dos resultados obtidos pelo MAPGEO2015. Além disso, os experimentos demonstraram alternativas para o uso do MAPGEO2015, não apenas para a obtenção da ondulação geoidal e conversão entre diferentes alturas, mas também para possibilidade de novos estudos associados às diferentes superfícies e referenciais geodésicos adotados em Geodésia. Vale ressaltar que os métodos de interpolação são ferramentas importantes de serem exploradas em redes de nivelamento densas ou modelos geoidais locais, principalmente no cálculo de pontos interpolados dentro dessas redes.

Destaca-se que os resultados obtidos com os métodos de Nivelamento associado às observações GNSS evidenciaram uma boa qualidade na obtenção da ondulação geoidal, tornando-se uma boa alternativas para o transporte de referência de nível quando a distância do nivelamento geométrico for superior a 50 Km e a distância do ponto interpolado ao alinhamento não for muito grande. Assim, sugere-se como trabalhos futuros a investigação desses métodos aplicados com grande variação da distância entre as RRNN de referência e a alteração da distância do ponto ao alinhamento, para que sejam estabelecidas tolerâncias de utilização desses métodos no transporte da referência de nível.

## Agradecimentos

Ao IFSULDEMINAS - Campus Inconfidentes pelo apoio e empréstimo dos equipamentos utilizados neste trabalho. Aos mestres e professores Luciano Barbosa e Paulo Borges pelos ensinamentos, orientação e dedicação para a realização deste trabalho.

## Referências Bibliográficas

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 13133 - **Execução de levantamento topográfico**. Rio de Janeiro, ABNT, 1994.

ALENCAR, J. C. M. **Sistema Nacional de Nivelamento de 1ª Ordem**. In: **CONFERÊNCIA NACIONAL DE GEOCIÊNCIAS**, 1. 1968, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: IBGE. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/canal\\_artigos/a1998\\_1.php](http://www.ibge.gov.br/canal_artigos/a1998_1.php)>, 1998.

ANDRADE, J. B. NAVSTAR-GPS. **Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas**. Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba, 1988.

FEATHERSTONE, W. E., DENTITH, M. C. and KIRBY, J. F. **Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS**, *Survey Review*, New York, v. 34, n. 267, 1998.

GEMAEL, C. **Introdução ao Ajustamento de Observações**. Editora da Universidade do Paraná. Curitiba, 1998.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Editora da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 1999.

IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). **Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos**: coletâneas das normas vigentes. Rio de Janeiro: IBGE / Departamento de Geodésia, 1998a. 74p.

IBGE (Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). **Rede Altimétrica**. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/altimetrica.shtm>>. Acesso em: 10 Fevereiro de 2017.

MELLO, M. P. Cinquenta anos de IBGE: a Geodésia e a Cartografia (1936-1986). **Revista Brasileira de Cartografia**. p. 62-67. n. 40. 1986.

MONICO, João Francisco Galera. **Posicionamento pelo GNSS. Descrição, fundamento e aplicações**. 2. ed. São Paulo: Unesp, p. 450-476, 2007.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDRADE, J. B. NAVSTAR-GPS. **Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas.** Universidade Federal do Paraná UFPR. Curitiba, 1988.

ALENCAR, J. C. M. **Sistema Nacional de Nivelamento de 1a Ordem. In: CONFERÊNCIA NACIONAL DE GEOCIÊNCIAS**, 1. 1968, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: IBGE. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/canal\\_artigos/a1998\\_1.php](http://www.ibge.gov.br/canal_artigos/a1998_1.php)>, 1998.

FEATHERSTONE, W. E., DENTITH, M. C. and KIRBY, J. F. **Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS**, *Survey Review*, New York, v. 34, n. 267, 1998.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física.** Editora da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 1999.

MONICO, João Francisco Galera. **Posicionamento pelo GNSS. Descrição, fundamento e aplicações.** 2. ed. São Paulo: Unesp, p. 450-476, 2007.

**Anexo I – Normas da Revista Agrogeoambiental para submissão de Artigos Científicos**

**Anexo II – Comprovante de submissão**

